

SÉRIE A. N° 1025

N° D'ORDRE :

1861

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

M. Pierre LEROUX

Préparateur à la Faculté des Sciences de Caen.

1^{re} THÈSE. — DÉTERMINATION DU COEFFICIENT DE VISCOSITÉ DE
L'EAU EN VALEUR ABSOLUE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le **18** Juin 1925 devant la Commission d'examen.

MM. JEAN PERRIN *Président.*

COTTON } *Examineurs.*
MAUGUIN.. }

PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1925



Digitized by the Internet Archive
in 2026

SÉRIE A. N° 1025

N° D'ORDRE :

1861

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

M. Pierre LEROUX

Préparateur à la Faculté des Sciences de Caen.

1^{re} THÈSE. — DÉTERMINATION DU COEFFICIENT DE VISCOSITÉ DE
L'EAU EN VALEUR ABSOLUE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le **18** Juin 1925 devant la Commission d'examen.

MM. JEAN PERRIN *Président.*

COTTON } *Examineurs.*
MAUGUIN..... }

PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1925

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

MM.

Doyen..... MOLLIARD, *Prof.*... Physiologie végétale.

Doyen honoraire.... P. APPELL.

Profess. honoraires..

P. PUISEUX.
VÉLAIN.
BOUSSINESQ.
A. JOANNIS.



Professeurs.....

E. PICARD.....	Analyse supér. et algèbre supérieure.
KOENIGS.....	Mécanique physique et expérimentale.
GOURSAT.....	Calcul différentiel et calcul intégral.
JANET.....	Electrotechnique générale.
WALLERANT.....	Minéralogie.
ANDOYER.....	Astronomie.
PAINLEVÉ.....	Mécanique anal. et mécanique céleste.
HAUG.....	Géologie.
H. LE CHATELIER.	Chimie générale.
G. BERTRAND.....	Chimie biologique.
M ^{me} P. CURIE.....	Physique générale et radioactivité.
CAULLERY.....	Zoologie (Évolution des êtres organisés)
C. CHABRIÉ.....	Chimie appliquée.
G. URBAIN.....	Chimie minérale.
EMILE BOREL.....	Calcul des probabilités et phys. mathém.
MARCHIS.....	Aviation.
JEAN PERRIN.....	Chimie physique.
ABRAHAM.....	Physique.
CARTAN.....	Géométrie supérieure.
LAPICQUE.....	Physiologie.
GENTIL.....	Géographie physique.
VESSIOT.....	Théorie des groupes et calc. des variat.
COTTON.....	Physique générale.
DRACH.....	Application de l'analyse à la géométrie.
C. FABRY.....	Physique.
CHARLES PÉREZ.....	Zoologie.
LEDUC.....	Physique théorique et phys. céleste.
LÉON BERTRAND...	Géologie appliquée et géolog. régionale.
LESPIEAU.....	Théories chimiques.
RABAUD.....	Biologie expérimentale.
PORTIER.....	Physiologie comparée.
E. BLAISE.....	Chimie organique.
DANGEARD.....	Botanique.
MAURAIN.....	Physique du Globe.
MONTEL.....	Mathématiques générales.
WINTREBERT.....	Anatomie et histologie comparées.
DUBOSQ.....	Biologie maritime.
M. TIFFENEAU.....	Chimie (Enseignement P. C. N.).
JULIA.....	Mathématiques générales.

HÉROUARD.....	Zoologie.
RÉMY PERRIER.....	Zoologie (Enseignement P. C. N.).
SAGNAC.....	Physique théorique et physique céleste.
PÉCHARD.....	Chimie (Enseignement P. C. N.).
AUGER.....	Chimie analytique.
M. GUICHARD.....	Chimie minérale.
GUILLET.....	Physique.
MAUGUIN.....	Minéralogie.
BLARINGHEM.....	Botanique.
MICHEL-LÉVY.....	Pétrographie.

Secrétaire..... D. TOMBECK.

A MES PARENTS

A Monsieur BLANC

Professeur à la Faculté des Sciences de Caen

*Hommage d'affectueuse gratitude
de l'élève et du collaborateur.*

DÉTERMINATION DU COEFFICIENT DE VISCOSITÉ DE L'EAU EN VALEUR ABSOLUE

INTRODUCTION

Les questions relatives à la viscosité des liquides ont pris de nos jours une très grande importance, aussi bien au point de vue théorique qu'au point de vue pratique.

Au point de vue théorique, des essais de théorie cinétique des liquides ont cherché à relier les propriétés des liquides à celles des gaz ⁽¹⁾. La viscosité est un des très rares phénomènes qui permettent d'aborder la question.

Ces théories se perfectionneront certainement le jour où des mesures nombreuses donneront une base solide au calcul.

Au point de vue pratique, la question de viscosité des huiles et des pétroles, absolument négligée il y a quelques années, est de plus en plus étudiée dans l'industrie.

Malgré la complication des unités employées dans les divers pays, le coefficient de viscosité fait maintenant partie des nombres qui définissent commercialement une huile et on le trouve même dans le prospectus des détaillants.

Les appareils employés dans les laboratoires industriels pour mesurer la viscosité sont tous basés sur la mesure de

(1) M. BRILLOUIN, *Leçons sur la viscosité des liquides et des gaz*, seconde partie, chapitres III et IV ; M. BRILLOUIN, *Annales de Chimie et Physique*, t. XVIII, 1909, p. 202.

la durée d'écoulement par un tube étroit ; c'est la méthode connue sous le nom de méthode du tube de Poiseuille.

Les mesures se font presque toujours en valeurs relatives et l'eau est plus ou moins directement le terme de comparaison.

Il y a donc un gros intérêt théorique et pratique à connaître très exactement en valeur absolue le coefficient de viscosité de l'eau, au moins au voisinage de la température ordinaire.

Dans le présent travail, je me suis proposé de déterminer en valeur absolue et d'une façon aussi exacte que possible le coefficient de viscosité de l'eau à diverses températures.

J'ai divisé mon travail en sept chapitres.

Dans le chapitre I, je donnerai la définition de la viscosité et un exposé des méthodes auxquelles on peut songer pour mesurer le coefficient de viscosité en valeur absolue, ainsi que les résultats obtenus antérieurement pour l'eau.

Dans le chapitre II, j'indiquerai les raisons qui m'ont conduit à choisir la méthode du cylindre et les conditions à réaliser pour avoir, par cette méthode, une précision supérieure à celle obtenue par la méthode du tube.

Le chapitre III est consacré à la description de l'appareil, à sa construction, ainsi qu'aux appareils accessoires : mouvement, enregistreur, etc...

Dans le chapitre IV, j'indiquerai la détermination des constantes de l'appareil et la précision que l'on peut espérer sur les diverses mesures.

Le chapitre V traite du montage et du réglage préliminaire aux expériences.

Enfin les deux derniers chapitres sont consacrés aux mesures :

Chapitre VI, mesures à la température ordinaire.

Chapitre VII, mesures à diverses températures.

J'ajouterai ensuite quelques considérations sur la rigidité

et la viscosité, et sur les conclusions qu'on peut en déduire pour l'eau.

Ce travail a été fait au Laboratoire de Physique de la Faculté des Sciences de Caen.

Les matières premières nécessaires à la construction de mon appareil ont été payées par une subvention accordée par la Caisse des Recherches Scientifiques, qui voudra bien agréer tous mes remerciements.

Je tiens à présenter à M. Blanc, professeur de physique à la Faculté de Caen et directeur du Laboratoire, mes bien vifs remerciements pour les facilités de travail qu'il m'a toujours accordées et pour les conseils précieux qu'il n'a cessé de me donner.

CHAPITRE PREMIER

Méthodes employées pour les mesures de viscosité.

Définition ⁽¹⁾. — On considère deux plans parallèles A et B (fig. 1) séparés par un fluide ; A se déplace avec une vitesse uniforme U en restant parallèle à B et à une distance constante. Par suite de la présence du fluide, le mouvement de A tend à se communiquer à B.

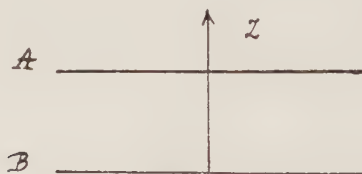


Fig. 1.

Les couches du fluide sont entraînées au voisinage de A et retenues au voisinage de B ; la vitesse des couches intermédiaires est proportionnelle à la distance z au plan fixe.

Ce plan fixe B est soumis à une force parallèle au mouvement et proportionnelle au gradient de vitesse $\frac{dU}{dz}$.

Par unité de surface cette force sera :

$$R = \eta \frac{dU}{dz}.$$

η est le *coefficient de viscosité* ou *coefficient de frottement intérieur* du fluide considéré.

⁽¹⁾ BRILLOUIN, *Leçons sur la viscosité des liquides et des gaz* ; BLOCH, *Théorie cinétique des gaz*, Colin, p. 37 ; CHWOLSON, *Traité de Physique*, t. I, fascicule II, p. 504 ; POYNTING and THOMSON, *Text Book of Physics. Properties of Matter*, p. 205.

Méthodes de mesure. — Si nous laissons de côté certaines méthodes de mesure telles que la chute de petites sphères, les oscillations d'une goutte, etc., qui ne sont possibles que dans des cas particuliers et qui ne peuvent pas être considérées comme des méthodes de détermination du coefficient de viscosité de l'eau en valeur absolue, nous sommes en présence de trois méthodes de mesure possibles :

1^o *Amortissement* des oscillations d'un ou plusieurs disques plongés dans le fluide à étudier.

2^o *Ecoulement* par un tube capillaire.

3^o *Entraînement* d'un fluide compris entre deux cylindres concentriques indéfinis dont l'un est animé d'un mouvement de rotation uniforme.

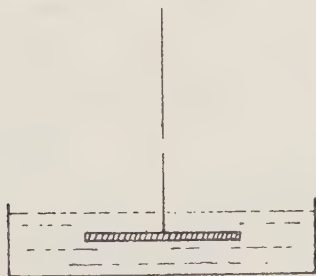


Fig. 2.

1^o *Amortissement des oscillations d'un disque.* — Un disque suspendu par un fil de torsion est plongé dans un fluide (fig. 2) ; on fait osciller le disque autour de l'axe déterminé par le fil de suspension, les oscillations s'amortissent ; l'amortissement est dû :

1^o Aux forces de viscosité qui agissent sur les deux faces du disque ;

2^o Aux frottements sur le miroir, la tige de suspension, etc. ;

3^o A la viscosité de la matière du fil de suspension.

On peut évaluer les causes indiquées aux paragraphes 2^o et 3^o, par des artifices d'expérience. Par exemple, on peut,

au lieu de prendre un seul disque, en prendre deux ; on fait une première expérience, les deux disques écartés ; la viscosité agit alors sur toutes les faces des disques. On fait une seconde expérience en plaçant les deux disques l'un contre l'autre.

La viscosité n'agit plus sur deux des faces, tandis que les actions 2 et 3 restent les mêmes ; on peut donc les évaluer et espérer mesurer η en connaissant l'amortissement.

Malheureusement, la théorie de l'entraînement d'un fluide par un disque oscillant n'est pas faite ⁽¹⁾.

Les expérimentateurs qui se sont servi de cette méthode ont été obligés d'employer des artifices de calcul compliqués et peu précis.

Parmi les travaux les plus remarquables citons ceux de Maxwell ⁽²⁾.

Maxwell a beaucoup perfectionné la méthode en séparant les disques mobiles par des disques fixes et en prenant une période d'oscillation très grande, ce qui lui permet de négliger tout ce qui dépend du carré de la vitesse, en particulier la force centrifuge. Pour la partie centrale du disque, il suppose que tout se passe comme si le disque était indéfini et il fait la correction des bords en supposant la vitesse uniforme. Avec ces hypothèses approchées, Maxwell arrive à une formule compliquée qui peut se développer et dont il conserve quatre termes. Il a étudié ainsi la variation de la viscosité des gaz avec la température.

Kundt et Warburg ⁽³⁾ employaient une méthode analogue, ils faisaient osciller un disque unique placé entre deux disques fixes très rapprochés ; le tout était placé sous une cloche où l'on pouvait faire un vide très poussé.

On voit que cette méthode est délicate à employer pour des

⁽¹⁾ BRILLOUIN, *Leçons sur la viscosité*, 1^{re} partie, p. 92.

⁽²⁾ *Phil. Trans.*, t. CLIV, Bakerian, lecture 1866.

⁽³⁾ *Pogg Ann.*, t. CLV, pp. 337, 525 et t. CLVI, p. 177.

mesures absolues ; nous l'avons laissée de côté ; elle a d'ailleurs été surtout employée pour les gaz à cause de sa sensibilité.

²⁰ *Écoulement par un tube étroit.* — C'est la méthode la plus employée et la plus féconde, aussi bien pour les gaz que pour les liquides. Elle est généralement désignée sous le nom de méthode du tube de Poiseuille (¹).

Dans son important travail qui fait encore autorité pour bien des points, Poiseuille détermine expérimentalement les lois de l'écoulement dans les tubes fins. Son but était de trouver les conditions du mouvement du sang dans les artères et les veines. La méthode de Poiseuille consiste à faire écouler un fluide par un tube étroit et à mesurer la quantité écoulee dans un temps donné.

Si :

Q est le débit ;

R le rayon du tube (supposé circulaire) ;

l la longueur du tube ;

c la différence de pression aux extrémités ;

η le coefficient de viscosité du fluide qui s'écoule.

On a : (²)

$$Q = \frac{\pi R^4 c}{8 \eta l}$$

Ceci suppose que l est une longueur de tube prise dans un tube indéfini. Dans la pratique, on élimine les perturbations aux extrémités soit par un calcul approché, soit par la méthode de Couette (³), qui consiste à faire l'expérience avec deux tubes de même diamètre et de longueurs différentes traversés par la même quantité de liquide. Je laisserai de côté les détails d'expérience et j'indiquerai seulement les

(¹) POISEUILLE, *Recueil des savants étrangers*, 1842.

(²) BRILLOUIN, *Leçons sur la viscosité*, 1^{re} partie, p. 75 ; POYNTING and THOMSON, *Text Book of Physics*, p. 207.

(³) COUETTE, *Annales de Chimie et Physique*, 1890, 6^e série, 21, p. 269.

raisons théoriques qui m'ont conduit à rejeter cette méthode.

Le point faible de la méthode est la mesure du diamètre du tube. Ce tube a toujours un diamètre très petit (généralement de l'ordre de 0 mm. 1 et souvent plus faible). Dans la formule précédente, R intervient à la quatrième puissance ; si donc on admet avec Poiseuille une précision de $1/400$ sur R on ne peut espérer plus de $1/100$ sur R^4 . Remarquons que $1/400$ de 0 mm. 1 est 0 μ 25, ce qui est déjà difficile à mesurer, soit par pesée d'une colonne de mercure, soit directement. De plus, les tubes ne sont jamais parfaitement circulaires ni cylindriques ; on est conduit à *admettre une section elliptique et à considérer un rayon moyen*.

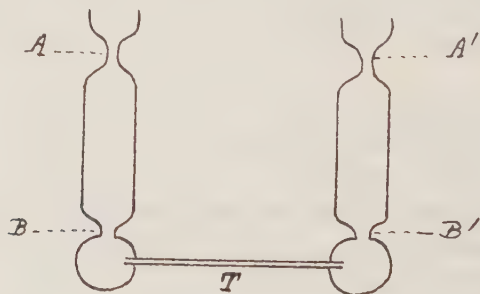


Fig. 3.

Cette méthode du tube capillaire présente, par contre, de très gros avantages. L'appareil peut être tout en verre, ce qui permet l'expérience avec des liquides très divers sans craindre aucune attaque.

Le modèle presque toujours employé à l'heure actuelle est celui représenté schématiquement par la figure 3.

Deux réservoirs AB, A'B', ont des volumes aussi voisins que possible et parfaitement connus. Ils sont soudés au tube capillaire T. Une fois l'appareil rempli de liquide, on peut faire autant de mesures que l'on veut, en faisant écouler le liquide de AB en A'B' ou inversement.

L'appareil étant simple et d'un volume restreint, on peut facilement le porter à diverses températures bien connues.

C'est un appareil qui peut être employé par des expérimentateurs peu exercés et donner facilement η en valeur relative.

Si on fait le tarage de l'instrument avec un liquide pour lequel η est bien connu en valeur absolue, l'eau par exemple, on peut aussi s'en servir pour des mesures en valeurs absolues.

C'est une des raisons qui rendent la connaissance de la viscosité de l'eau particulièrement importante.

On emploie dans l'industrie des appareils analogues à celui-là ou légèrement modifiés : appareils Demichel, Angler, etc.

On remplace quelquefois le tube capillaire par un tube annulaire formé d'un tube dans lequel on place une tige cylindrique ayant même axe que le tube ; en prenant une tige plus ou moins grosse, on peut employer l'appareil pour des liquides plus ou moins fluides. C'est le principe de l'Ixomètre Barbey, très employé en France.

Cette méthode du tube de Poiseuille offre donc un intérêt considérable ; je l'ai laissée de côté à cause de la difficulté de mesurer le diamètre du tube et aussi parce que tous les nombres admis actuellement pour l'eau ayant été obtenus par cette méthode, j'ai pensé qu'il était intéressant de faire mes mesures par une méthode différente.

Parmi les expérimentateurs très nombreux qui se sont servi de cette méthode, citons, en dehors de Poiseuille, dont j'ai déjà parlé :

Couette ⁽¹⁾ qui a étudié le passage du régime stable au régime tourbillonnaire.

Warburg ⁽²⁾, Bénard ⁽³⁾, qui ont déterminé par cette méthode la viscosité du mercure.

⁽¹⁾ COUETTE, Thèse 1890. *Journal de Physique*, 1890, p. 414.

⁽²⁾ WARBURG, *Pogg. Ann.*, t. CXL, 1870, p. 367.

⁽³⁾ BRILLOUIN, *Leçons sur la viscosité*, 1^{re} partie, p. 152.

Enfin Thorpe et Rodger⁽¹⁾, dont le travail domine toute la question de la viscosité de l'eau ; j'analyserai plus loin leur travail, quand je parlerai des résultats admis actuellement pour l'eau.

3° *Entraînement d'un fluide compris entre deux cylindres concentriques indéfinis, dont l'un est animé d'un mouvement de rotation uniforme.*

Un cylindre mobile C (fig. 4), dont l'axe coïncide avec celui de deux cylindres identiques servant de cylindres de garde, est suspendu par un fil de torsion. Un cylindre extérieur C' concentrique peut tourner avec une vitesse uniforme.

Si on place un fluide entre les deux cylindres, par suite de la viscosité, le cylindre suspendu C se trouve entraîné et on peut calculer le couple qui s'exerce sur lui.

Nous verrons plus loin que cette méthode, théoriquement très simple, offre dans sa réalisation pratique de sérieuses difficultés.

Cette méthode a été employée ces dernières années pour la mesure de la viscosité de l'air, pour laquelle elle semble avoir donné de bons résultats. En ce

qui concerne l'eau, nous ne connaissons qu'une seule tentative, celle de Couette⁽²⁾. Dans son remarquable travail, Couette analyse très bien la plupart des conditions théori-

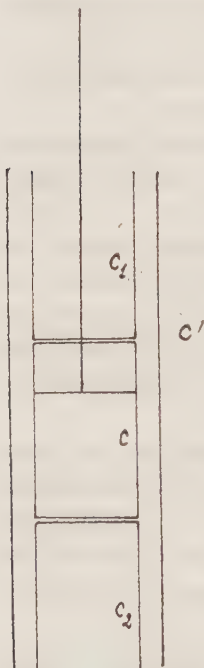


Fig. 4.

⁽¹⁾ THORPE et RODGER, *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, vol. CLXXXV, part A, 1894, pp. 397-710

⁽²⁾ COUETTE, Etude sur la viscosité des liquides *Annales de Chimie et Physique*, 6^e série, 21, 1890, p. 433.

ques à réaliser; malheureusement son cylindre extérieur étant indépendant des cylindres de garde, il n'a jamais pu réaliser de centrage parfait.

Son appareil est très grand (diamètre des cylindres 29 cm. 28 et 28 cm. 79), la couche liquide est peu épaisse (0 cm. 246) et la vitesse de rotation assez grande (au moins 10 tours à la minute). Nous verrons plus loin que ce peu d'épaisseur de la couche liquide augmente l'influence du défaut de centrage.

Résultats relatifs à l'eau. — A l'heure actuelle, on peut dire que *tous les nombres* admis pour l'eau ont été obtenus exclusivement par la méthode du tube de Poiseuille. Les mesures qui font autorité sont celles de Thorpe et Rodger⁽¹⁾. On trouvera un peu plus loin le tableau des valeurs du coefficient de viscosité de l'eau η en fonction de la température θ .

Dans leur très remarquable travail, Thorpe et Rodger ont étudié l'eau avec le plus grand soin entre 0 et 100°. Il semble bien que toutes les précautions possibles ont été prises et que leurs mesures sont parfaites au point de vue valeurs relatives.

Ils employaient un tube capillaire de 4 cm. 9326 de longueur à 0°. La section n'était pas circulaire, ils la supposaient elliptique et ils déterminaient le grand axe et le petit axe de l'ellipse par mesure directe à l'aide d'un appareil (cathétomètre horizontal) dont la graduation permettait de lire 0 cm. 0001. Ils trouvaient pour le demi grand axe à 0° : 0 cm. 008603 et pour le demi petit axe : 0 cm. 008148; ajoutons, en passant, que Thorpe et Rodger ont en particulier pris le plus grand soin pour éviter la présence des poussières qui, avec un tube aussi fin, auraient eu une influence considérable.

⁽¹⁾ THORPE et RODGER, *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, vol. CLXXXV, part. II, A 1894, pp. 397-710.

La mesure directe du grand axe et du petit axe de l'ellipse ne leur servait qu'à déterminer l'excentricité de l'ellipse. Ils déterminaient ensuite le rayon moyen à l'aide de la méthode de l'index de mercure.

Cet index avait une longueur de 1 cm. 5602, 1 cm. 5573, 1 cm. 5581 suivant sa position ; son poids était 0 g. 013 et la balance employée avait, dit le mémoire de Thorpe et Rodger, une sensibilité égale à 7 (1 division correspondait à 0 g. 00014).

Ils trouvaient alors comme rayon moyen : 0 cm. 0082018 d'où ils déduisaient les deux demi-axes de l'ellipse :

0 cm. 0084374 et 0 cm. 0079728.

Thorpe et Rodger ne donnent aucune indication sur l'étalement des poids dont ils se servaient. Si on admet que leur balance sensible à 0 g. 00014 leur a donné le $1/10$ de milligramme avec certitude, l'erreur sur 0 g. 013 était de $1/130$, ce qui conduirait à la quatrième puissance du rayon avec une erreur de $1/60$ environ.

Il semble donc naturel de penser que si l'allure générale de la courbe donnée par Thorpe et Rodger est très bonne, sa position n'est exacte qu'à $1/50$ ou $1/60$ près et il y aurait un grand intérêt à avoir au moins quelques points parfaitement connus en valeurs absolues.

Je donne le tableau des valeurs de η proposées par Thorpe et Rodger en fonction de la température centigrade θ . Ce sont les nombres donnés par le *Recueil des constantes* de la Société Française de Physique et admis le plus généralement.

θ	η	θ	η
0	0,0178	30	0,0080
5	151	35	72
10	130	40	65
15	113	45	60
20	100	50	55
25	089		

Donnons, en passant, le nombre trouvé par Couette par la méthode du cylindre. Couette ne considère pas ce nombre comme très exact; à $16^{\circ}7$, pour l'eau, $\eta = 0,01255$; à la même température, Poiseuille avait donné $\eta = 0,01096$.

Tout dernièrement, Dupouy ⁽¹⁾ a donné pour l'eau, par la méthode du tube : à 14° $\eta = 0,01181$ et à 11° $\eta = 0,01280$.

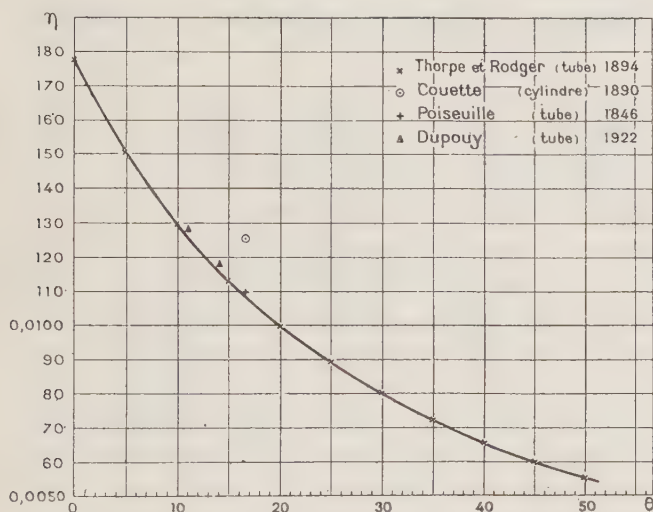


Fig. 5.

On voit que les nombres obtenus par les divers expérimentateurs sont loin d'être concordants et que si parfois les nombres d'un même auteur concordent très bien entre eux, on ne peut pas en conclure cependant que les mesures sont, en valeurs absolues, exactes avec la même précision.

La courbe (fig. 5) donne une idée de la position respective des diverses valeurs données par divers expérimentateurs.

⁽¹⁾ DUPOUY, *Recherches sur la viscosité des huiles*, 1922.

CHAPITRE II

Examen critique de la méthode du cylindre

Calcul du couple. — Comme je l'ai dit, la méthode que j'ai choisie est celle du cylindre. Rappelons le calcul du couple qui s'exerce sur le cylindre mobile ⁽¹⁾.

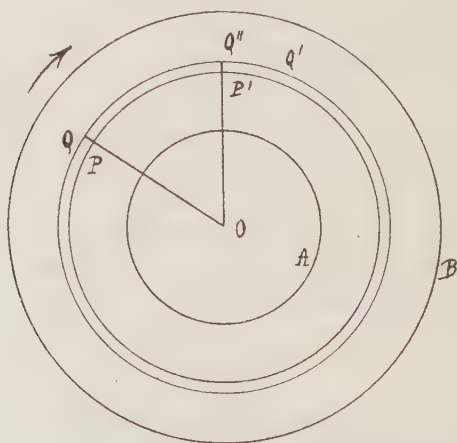


Fig. 6

On a deux cylindres concentriques A, B (fig. 6); le cylindre B tourne avec une vitesse angulaire Ω , tandis que le cylindre A est fixe. Le coefficient de viscosité du fluide placé entre A et B est η . Si on considère une couche cylindrique PQ

⁽¹⁾ POYNTING and THOMSON, *Text Book of Physic. Properties of Matter*, p. 213; COUETTE, *Annales de Chimie et Physique*, 1890, 6^e série, 21, p. 436; BRILLOUIN, *Leçons sur la viscosité*, 1^{re} partie, p. 89

infiniment mince concentrique à A ($OP = r$, $OQ = r + dr$), la vitesse angulaire de P est ω et celle de Q, $\omega + d\omega$. Au bout du temps T, P est venu en P' et Q en Q' et on a :

$$\begin{aligned}
 QQ'' &= (r + dr)\omega T \\
 QQ' &= (r + dr)(\omega + d\omega)T.
 \end{aligned}$$

Ce qui donne alors : $Q''Q' = QQ' - QQ'' = (r + dr)Td\omega$.
 En négligeant dr devant r , on a :

$$Q''Q' = rTd\omega.$$

Le gradient de vitesse de P est donc : $\frac{Q''Q'}{Tdr} = r \frac{d\omega}{dr}$.

Si on considère un petit déplacement (assimilable à une translation si le déplacement est petit devant le rayon), la force due à la viscosité qui agit par unité de surface de P sera : $\eta r \frac{d\omega}{dr}$ et le moment de cette force par rapport au point O : $\eta r^2 \frac{d\omega}{dr}$.

Le moment du couple qui agit sur un cylindre de hauteur égale à l'unité sera :

$$C = 2\pi r^3 \eta \frac{d\omega}{dr}.$$

On en déduit :

$$d\omega = \frac{Cdr}{2\eta r^3}.$$

Ce qui s'intègre par :

$$\omega = -\frac{C}{4\pi r^2 \eta} + C_1.$$

Soient a et b les rayons des cylindres A et B. Pour le cylindre A, on a $\omega = 0$ et pour le cylindre B, $\omega = \Omega$. Donc :

$$C = 4\pi \eta \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} \Omega$$

et pour un cylindre de hauteur h :

$$C = 4\pi \eta \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} \Omega h.$$

On tire de là :

$$\gamma = \frac{C(b^2 - a^2)}{4\pi a^2 b^2 h \Omega}.$$

Le cylindre est suspendu par un fil de torsion ; si Φ est l'angle dont il tourne, T sa période d'oscillation en l'absence du liquide et I son moment d'inertie, on aura :

$$C = \frac{4\pi^2 I \Phi}{T^2}$$

et par suite :

$$\gamma = \frac{\pi \Phi I (b^2 - a^2)}{a^2 b^2 T^2 \Omega h}.$$

Si on pose $\Omega = \frac{2\pi}{t}$, on voit que le coefficient de viscosité γ nous sera donné par une relation de la forme :

(1)

$$\gamma = K \cdot \frac{t \Phi}{T^2}$$

K étant une constante de l'appareil :

(2)

$$K = \frac{I(b^2 - a^2)}{2a^2 b^2 h}$$

Résumons une fois pour toutes les notations employées :
 γ est le coefficient de viscosité ;

t la période de rotation du cylindre extérieur $\Omega = \frac{2\pi}{t}$;

Φ l'angle dont tourne le cylindre intérieur (en radians) ;

T la période d'oscillation du cylindre intérieur, oscillant librement en l'absence de l'eau ;

I le moment d'inertie du cylindre intérieur ;

b le rayon du cylindre extérieur ;

a le rayon du cylindre intérieur.

h la hauteur du cylindre intérieur.

La mesure de l'angle Φ se fait par la méthode du miroir ;

si D est la distance de l'échelle divisée au miroir et d la déviation lue sur l'échelle divisée, on a :

$$\operatorname{tg} 2\Phi = \frac{d}{D} .$$

Conditions qui influent sur la précision de la méthode du cylindre. — Dans ce qui précède, on a supposé que le cylindre intérieur considéré était découpé dans un cylindre indéfini et que les deux cylindres intérieur et extérieur étaient parfaitement centrés.

Couette donne dans son travail ⁽¹⁾ le calcul approximatif de l'influence d'une excentricité légère. Si on pose $e = a - b$, épaisseur moyenne de la couche liquide et si on pose l'excentricité $me = Oo'$ avec $p < m < l$, le calcul conduit à une erreur relative sur η égale à $\frac{m^2}{2}$.

Il y a donc intérêt à prendre une couche relativement épaisse puisque, à décentrement égal, m devient plus petit et on diminue l'erreur relative sur la différence des rayons.

Il est vrai que le couple agissant devient plus petit et que la déviation diminue ; c'est ce qui avait conduit Couette à prendre une couche peu épaisse ($1/58$ du rayon), pour pouvoir mesurer le couple par des poids.

J'ai préféré, au contraire, prendre une couche plus épaisse ($1/5$ du rayon) et augmenter la sensibilité de l'appareil en employant un fil de torsion.

Dans l'appareil que j'employais, la section minimum du fil de suspension était imposée par le poids du cylindre suspendu ; par contre, je disposais de la longueur de ce fil, que je pouvais choisir de façon à obtenir une déviation mesurable avec une précision relative comparable à celles des autres mesures.

Ce raisonnement, qui n'est qu'approché, s'est trouvé par-

(1) COUETTE, *Annales de Chimie et Physique*, 1890, 6^e série, 21, p. 443.

faitement vérifié par l'expérience, puisque, contrairement à ce qui se produit dans les expériences de Couette, je n'ai jamais éprouvé de difficultés du fait du centrage.

D'après ce qui précède, on voit que la précision de la méthode du cylindre dépendra, si on suppose la construction parfaite :

1° D'un bon centrage des deux cylindres extérieur et intérieur ;

2° De l'ajustage aussi parfait que possible des deux cylindres de garde ;

3° De la mesure très exacte des constantes de l'appareil, c'est-à-dire :

Mesure des longueurs a et b (ou des deux diamètres) et de la hauteur h ;

Mesure de la période de rotation t ;

Mesure de la période d'oscillation T ;

Mesure du moment d'inertie I ;

Mesure de la distance D de l'échelle divisée au miroir ;

Mesure de la déviation d .

Voyons comment l'appareil a été conçu pour réaliser le mieux possible les conditions que nous venons d'examiner.

CHAPITRE III

Appareil employé. Sa construction.

Description de l'appareil. — Toutes les pièces essentielles de mon appareil ont été construites entièrement par moi. L'idée principale qui m'a guidé a été d'obtenir que le plus de réglages possibles soient réalisés par la construction même. C'est ainsi que le centrage, la position des deux cylindres de garde et la concentricité des cylindres sont obtenus par l'assemblage même des pièces et la précision est celle donnée par le tour qui m'a servi à les construire. Cette façon d'envisager la question m'a conduit à adopter un ordre déterminé dans la construction des diverses parties de mon appareil. Je reviendrai sur la question un peu plus loin.

L'appareil est en bronze phosphoreux ; pour éviter les petites soufflures que l'on trouve toujours à la surface des jets de bronze, toutes les pièces ont été prises dans des blocs pleins.

Le cylindre suspendu a été construit en laiton mi-dur étiré sans soudure ; plusieurs ont dû être construits avant d'en obtenir un d'une homogénéité suffisante.

Les dimensions de l'appareil que je me proposais de réaliser étaient environ :

Diamètre du cylindre suspendu ou cylindre intérieur :
 $2a = 5$ cm. ;

Diamètre du cylindre extérieur : $2b = 6$ cm. ;

Hauteur du cylindre suspendu : $h = 5$ cm.

La figure 7 montre la coupe de l'appareil lui-même.
 La partie intérieure a été représentée en plein pour rendre
 la figure plus claire.

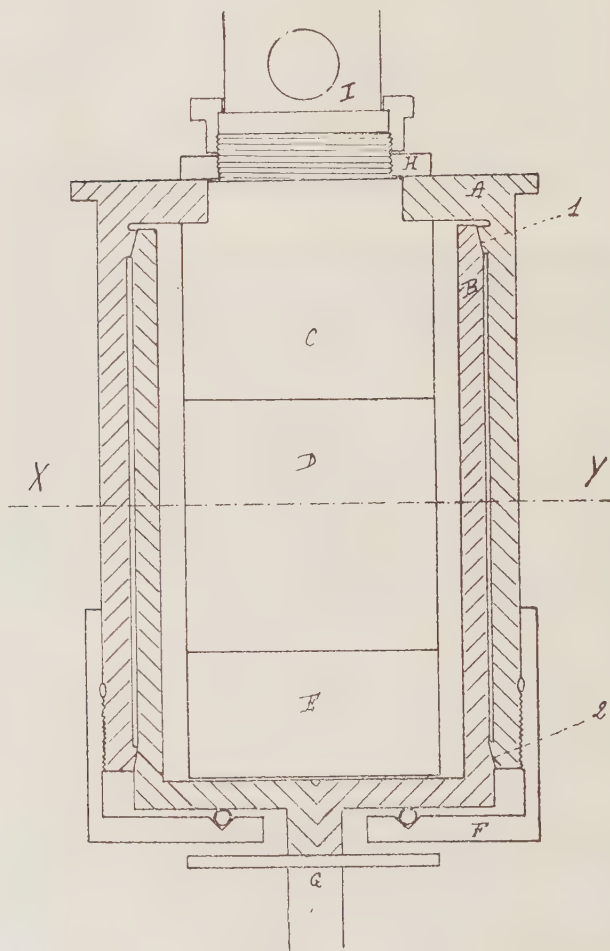


Fig. 7.

La coupe de cette pièce intérieure seule est représentée
 figure 10.

Le cylindre B, que dans la théorie nous avons appelé

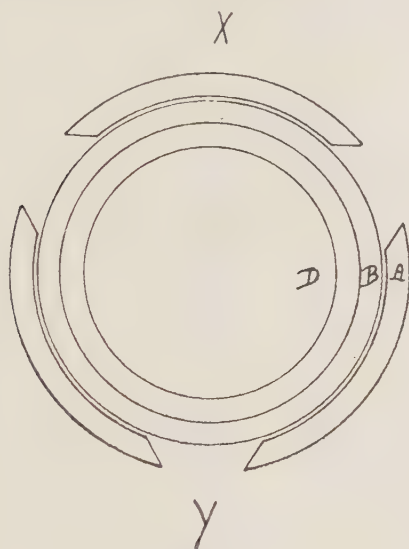


Fig. 8.

cylindre extérieur, tourne dans un manchon qui lui sert de

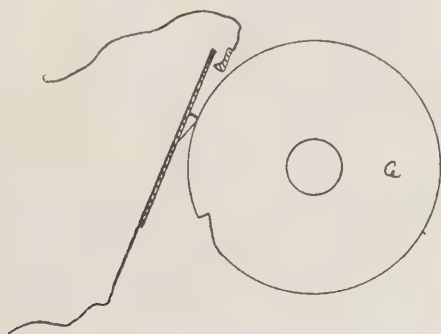


Fig. 9.

guide. Comme les ajustages concentriques sont impossibles à réaliser avec précision pour des ajustages cylindriques, les

frottements se font sur deux portées coniques 1 et 2 (fig. 7).

La pièce A est formée d'un manchon en bronze qui sert de support à tout l'appareil.

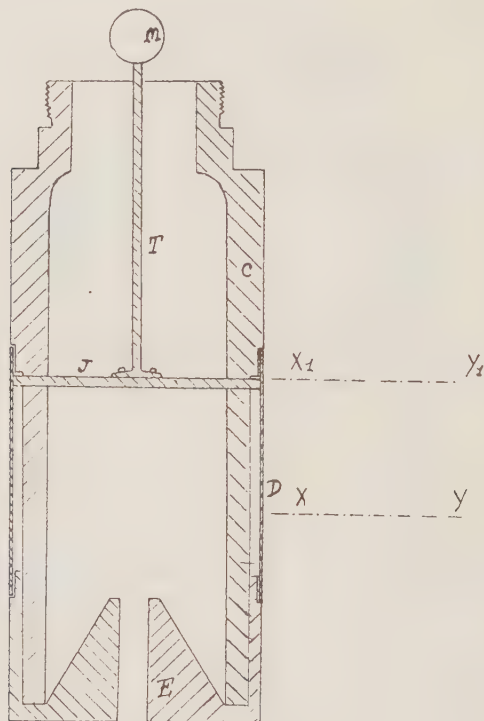


Fig. 10.

Le cylindre B est maintenu en place par un cylindre portant un rebord F, qui se visse sur le manchon A. Le cylindre B repose sur F par l'intermédiaire d'un roulement à billes ; de cette façon, F étant convenablement réglé, B peut tourner à l'intérieur de A sans aucun jeu et avec un frottement très faible.

Trois vis, non représentées sur la figure, permettent d'immobiliser la pièce F lorsque le réglage est réalisé.

La partie intérieure CDE est constituée par les cylindres de garde C et E et le cylindre suspendu D (ce cylindre suspendu est le cylindre que, dans la théorie, nous avons appelé cylindre intérieur).

La figure 10 en donne une coupe.

Le cylindre de garde C s'ajuste dans l'ouverture supérieure de A, où il est fixé par un écrou H (fig. 7). Il est parfaitement concentrique à A et B (voir plus loin : Construction).

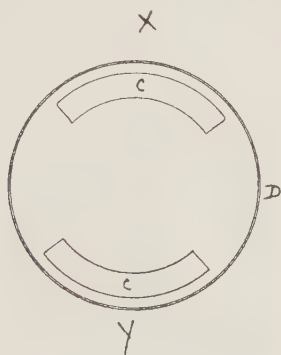


Fig. 11.

La pièce C est évidée à droite et à gauche jusqu'au niveau x_1y_1 , pour permettre le passage de la barrette servant de support au cylindre suspendu D (fig. 10). On se rend compte de la disposition de ces évidements par les coupes aux niveaux xy et x_1y_1 (fig. 10, 11 et 12).

Le cylindre de garde inférieur E s'ajuste très exactement à frottement mi-dur sur la partie inférieure de C, où il est fixé par un système à baïonnette qui ne peut se monter que dans une position.

On voit (fig. 10), pièce E, la forme donnée à ce cylindre de garde.

Ce cylindre de garde E est percé dans sa longueur d'un canal qui permet à l'eau de pénétrer à l'intérieur au moment du montage de l'appareil.

Ce canal est assez long pour que, pendant les mesures, le mouvement ne puisse se transmettre par viscosité à l'intérieur du cylindre suspendu.

Pour avoir la certitude que cette condition était bien réalisée, un certain nombre d'expériences ont été faites en fermant le canal en question par une toile métallique fine ; je n'ai jamais observé de variation dans les mesures.

La pièce A (fig. 7) est percée de trois fenêtres sur une partie de sa hauteur (en face du cylindre suspendu D), pour permettre de voir ce cylindre D lorsque le cylindre B est enlevé.

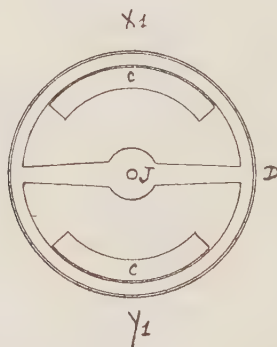


Fig. 12.

Ces fenêtres sont disposées pour permettre à un rayon lumineux de passer d'une fenêtre à l'autre en rasant le cylindre suspendu, de sorte qu'on peut viser ce dernier avec une lunette.

A la partie inférieure du cylindre B est fixé un disque G (fig. 7) portant une encoche (fig. 9).

Ce disque permet d'enregistrer électriquement la durée de la rotation du cylindre B.

Les figures 10, 11 et 12 montrent de quelle façon est monté le cylindre suspendu D.

La tige T (fig. 13) sur laquelle est fixé le miroir M, est

ajustée sur une barrette J découpée dans un disque qui est lui-même ajusté sur des portées réservées sur le cylindre.

Nous verrons, au moment de la construction, les précautions prises pour que cette tige soit parfaitement concentrique au cylindre.

L'extrémité supérieure de T est percée d'un trou très fin, dans lequel passe le fil de suspension, qui est fixé par une petite goupille.

Ce trou a de 0 mm. 10 à 0 mm. 15 de diamètre, suivant les fils employés. Il est très exactement dans l'axe de la tige. Comme on ne peut pas facilement percer des trous aussi fins sur une longueur de plus de 0 mm. 2 à 0 mm. 3, on a ajouté une pièce intermédiaire K (fig. 13) de 1 mm. de diamètre, que l'on change suivant le diamètre des fils employés.

Les pièces dont nous venons de donner une rapide description sont les parties fondamentales de notre appareil, puisque ce sont ces pièces dont nous devons déterminer les dimensions.

Voyons comment nous avons pu les réaliser.

Construction. — La construction a été faite sur un tour Ernault n° 3 de 15 cm. de hauteur de pointes. Le bulletin de vérification de ce tour n'accorde aucune tolérance sur le faux rond de l'arbre et l'erreur relevée sur une broche en l'air à une distance égale à la hauteur de pointe ne dépasse pas 2/100 de mm. J'ai d'ailleurs vérifié l'exactitude de cette affirmation, à l'aide de la machine à diviser qui m'a servi à faire mes mesures et dont je parlerai plus loin.

Cette machine, dont les divisions correspondant à une avance de 1/500 de mm. ont environ 1 mm. de longueur, ne



Fig. 13.

m'a pas permis de voir de faux rond sur une pièce massive de 5 cm. de diamètre tournée en l'air.

L'erreur sur une broche est un peu plus de $2/100$ de mm. pour une longueur de 15 cm. Ce cône très faible n'est pas gênant pour moi; j'ai cependant toujours eu soin de placer les cylindres intérieur et extérieur de mon appareil de façon que l'épaisseur de la couche liquide reste constante.

Comme je l'ai dit, j'ai été conduit à adopter un ordre déterminé dans la construction des pièces. Cet ordre est imposé par la nécessité d'ajuster certaines pièces sur d'autres et aussi par ce fait qu'une pièce doit être terminée sans être enlevée du tour.

Il est, en effet, extrêmement délicat de centrer sur le tour une pièce avec une précision de l'ordre de $1/100$ de mm.

Toutes les pièces ayant été prises dans des blocs pleins et le dégrossissage étant assez long, ce travail a été fait à l'avance pour toutes les pièces. Avant de terminer définitivement une pièce, j'ai toujours eu soin de la laisser refroidir et de vérifier le serrage des coussinets du tour, pour éviter tout jeu dans la broche pendant les dernières passes. Ces dernières passes doivent être extrêmement faibles : $1/100$ à $1/50$ de millimètre.

Les divisions du tambour de la vis du chariot du tour ont 3 mm. de large et correspondent à un déplacement de $1/10$ de mm.; on peut donc facilement apprécier le $1/100$ de mm.

Les dernières passes se font à grande vitesse avec l'avance la plus faible ($1/10$ de mm. par tour).

La dernière passe de toutes est faite en allant, puis en revenant, sans rien changer au réglage, de façon à croiser les hélices.

De plus, pour cette dernière passe, il faut un outil affûté en rond et non plus un peu pointu, comme pour le dégrossissage; de cette façon, les hélices se recouvrent et on obtient une surface parfaitement polie.

Si on suppose que le rayon du tranchant de l'outil est 1 cm. et l'avance $1/10$ de mm., l'hélice a une profondeur inférieure à $1/1000$ de mm.

Ordre adopté dans la construction (fig. 7 et 10). — Les diverses pièces ont été construites dans l'ordre suivant : pièce E, pièce C, pièce A, pièce B, pièce F, enfin cylindre suspendu D.

Pièce E (fig. 7, 10 et 14). — C'est le cylindre de garde inférieur.

La pièce est exécutée au profil représenté par la figure, l'intérieur est soigneusement alésé au diamètre désiré. Le diamètre extérieur est laissé un peu fort ($1/20$ de mm. en plus environ), nous allons voir pourquoi tout à l'heure. On achève cette pièce en découpant les deux crans de la monture à baïonnette, on les dispose de façon à rendre le montage possible seulement dans une position.

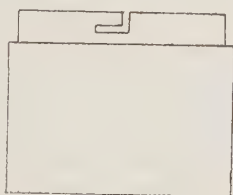


Fig. 14.

Pièce C (fig. 7 et 10). — Cette pièce est d'abord percée de bout en bout au diamètre convenable. On amène la partie servant de cylindre de garde supérieur au diamètre cherché un peu fort ($1/20$ de mm. en plus).

L'extrémité est ensuite amenée au diamètre exact de l'intérieur de la pièce E, qui est ajustée très soigneusement et fixée par le système à baïonnette ; la pièce E étant fixée, on amène les deux cylindres de garde au diamètre convenable par une seule passe.

Ensuite on alèse soigneusement la partie qui doit pénétrer dans la pièce A, en lui donnant un très léger cône (une fraction de degré), puis on dresse par une passe transversale la partie qui doit s'appuyer sur le fond de A. C'est en grande partie de la précision de ces deux opérations que dépend l'exactitude du centrage des cylindres de garde.

On fait ensuite sans précautions spéciales le filet de vis qui se trouve au sommet de C. On termine cette pièce en découpant le passage de la barrette du cylindre mobile.

Pièce A. — La pièce étant dégrossie et la surface extérieure terminée, on procède à l'alésage des cônes qui serviront de portées au cylindre B (1 et 2, fig. 7), l'angle de ces cônes est de 5^0 . On dresse alors soigneusement le fond par une passe transversale et on ajuste la pièce C à frottement demi-dur. Cet ajustage est facilité par le très léger cône donné à l'extrémité de C. On a soin de dégager l'arête, pour que C vienne bien s'appliquer sur le fond de A.

On fait ensuite le filetage à l'extrémité de A. Avant de sectionner la pièce, on dresse la partie supérieure par une passe transversale; de cette façon, si on place cette surface horizontale, on sera certain que l'axe des cylindres sera vertical.

On achève la pièce en découpant les fenêtres dont il a déjà été question et en perçant trois trous au-dessus de l'espace libre entre les cylindres.

Ces trous serviront à se rendre compte du niveau du liquide à l'intérieur et à introduire une pince thermo-électrique dans la couche liquide, quand nous voudrons faire des vérifications de température.

Pièce B. — C'est le cylindre extérieur, qui, par sa rotation, entraîne le cylindre suspendu. Le métal de cette pièce a été particulièrement examiné; il est parfaitement homogène et la surface intérieure a été obtenue absolument nette, ce qui était indispensable, puisqu'on est obligé de mesurer très exactement le diamètre.

La pièce dégrossie est montée sur le tour et alésée très soigneusement au voisinage de 6 centimètres de diamètre, avec toutes les précautions indiquées précédemment. On tourne ensuite les cônes (1 et 2, fig. 7), en se réglant sur la pièce A dont les fenêtres permettent de suivre le travail. On achève l'ajustage par un très léger rodage.

Enfin, on dresse la surface portant sur le roulement à bille

et on réserve une amorce de tige sur laquelle sera fixé le disque destiné à l'enregistrement électrique des tours.

C'est aussi par cette tige que l'on transmettra le mouvement de rotation.

Pièce F. — Le filetage de cette pièce est fait en se réglant sur A. Le logement des billes est en forme de V.

Cylindre suspendu ⁽¹⁾. — J'ai construit en tout 10 cylindres ; 5 seulement m'ont servi à faire des mesures. J'ai, à la fin de mes expériences, conservé seulement deux de ces cylindres.

J'ai rencontré dans la construction de cette pièce un certain nombre de difficultés, qu'il me semble bon de signaler.

Le cylindre en question a été construit en partant d'un tube en laiton écroui, mi-dur, étiré, sans soudure, légèrement recuit.

Le tube initial avait un peu plus de 6 mm. d'épaisseur.

On a commencé par l'amener, en enlevant du métal à l'intérieur et à l'extérieur, à des dimensions voisines de celles du cylindre que l'on veut construire ($2/10$ ou $3/10$ de mm. en plus).

Pour achever le travail, au lieu de prendre le tube dans un mandrin, ce qui amènerait inévitablement des déformations, on colle le tube avec de l'arcanson sur un cylindre en bronze tourné au diamètre voulu. On alèse alors soigneusement au diamètre cherché, à $2/100$ ou $3/100$ de millimètre en plus, puis on amène l'extérieur au diamètre cherché également à $2/100$ ou $3/100$ en plus. On constate alors que l'intérieur ne tourne plus rond ; le fait d'avoir enlevé de la matière a mis

⁽¹⁾ J'ai passé un temps très long à m'assimiler un certain nombre de tours de main connus seulement d'un petit nombre de mécaniciens de haute précision, qui gardent jalousement leurs procédés ; je n'en suis que plus reconnaissant à M. LEGUILLON, constructeur d'horloges d'observatoire, d'avoir bien voulu m'en indiquer quelques-uns.

en évidence des tensions intérieures qui se traduisent par une déformation, qui est très sensible pour les tubes minces.

Ce fait est bien connu des constructeurs d'horlogerie de précision, qui rectifient leurs roues seulement après les avoir découpées.



Fig. 15.

La difficulté consiste donc à équilibrer les passes extérieures et intérieures, de façon à arriver au diamètre cherché par passes aussi fines que possible.

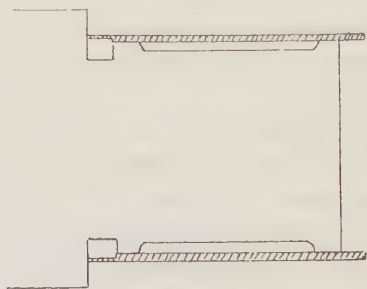


Fig. 16.

Avec les mêmes précautions, on réserve à l'extrémité une légère portée (fig. 15); c'est sur cette portée que viendra s'appuyer la barrette portant l'axe sur lequel est fixé le fil de torsion.

On sectionne alors le cylindre un peu plus long qu'il ne faut ($1/10$ ou $2/10$ de millimètre en plus).

Pour rectifier l'extrémité et amener le cylindre à la lon-

gueur convenable, on tourne un mandrin en bronze exactement du diamètre intérieur du cylindre (fig. 16).

Ce mandrin a été évidé au milieu, de façon à pouvoir ajuster le cylindre sans forcer et cependant sans jeu.

L'extrémité terminée du cylindre vient s'appuyer sur la base du mandrin, qui a été dégagée et dressée par une passe transversale. On tourne alors l'extrémité libre du cylindre et on l'amène à la longueur désirée, c'est-à-dire un peu plus de $1/10$ de mm. en moins que l'espace qui sépare les cylindres de garde.

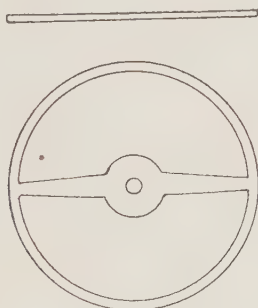


Fig. 17.

On procède ensuite à la confection de la barrette qui doit être ajustée dans le cylindre et servir de support à l'axe (fig. 17).

Cette barrette est prise dans une plaque de laiton écroui et légèrement recuit, que l'on dresse sur le tour de façon à lui donner l'épaisseur voulue et des faces parallèles.

Dans les premiers cylindres essayés, les barrettes avaient une épaisseur de $12/10$ de mm. environ, épaisseur qui a été portée à $30/10$ de mm. pour les cylindres définitifs.

Le découpage une fois fait, on rectifie la surface extérieure, pour pouvoir l'introduire à frottement dur dans le logement réservé à l'extrémité du cylindre.

Le trou central est percé au moment de cette rectification

et soigneusement alésé de façon qu'il soit parfaitement concentrique à la surface extérieure.

L'axe que l'on fixe sur la barrette (fig. 13) a 6 cm. 5 de longueur et 3 mm. de diamètre, il porte à son extrémité inférieure un rebord de 11 mm. de diamètre et un ergot central qui s'engage juste dans le trou central de la barrette.

L'autre extrémité de l'axe est percé d'un trou portant, comme nous l'avons dit, un intermédiaire dans lequel se fixe le fil de suspension.

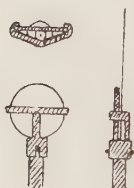


Fig. 18.

La construction de cette dernière pièce nécessitait un petit tour d'horlogerie que je ne possédais pas ; elle a été construite avec toute la précision désirable par M. Leguillon, constructeur d'Horloges d'Observatoire.

Au sommet de l'axe, on dispose le support du miroir (fig. 18) ; il est formé d'un croisillon en laiton monté sur un petit tube qui s'emmanche sur l'axe. Il a été construit de telle façon que, le miroir étant en place, il est équilibré par rapport à l'axe du cylindre.

Les difficultés que j'ai indiquées au sujet de la construction du cylindre suspendu, se sont également rencontrées dans la construction des anneaux destinés à la mesure du moment d'inertie de ce cylindre (voir plus loin fig. 34). Ces anneaux, dont j'ai été amené à construire toute une série de poids variables, ont été construits avec les mêmes précautions, pour éviter les déformations et le faux-rond ; je revien-
drai sur la question au moment de la détermination du moment d'inertie.

Au-dessus de l'écrou H (fig. 7) qui fixe la pièce C à la pièce A, on peut fixer un autre écrou portant un tube de 3 centimètres de diamètre en laiton épais et bien rigide.

Ce tube peut être de longueur variable, suivant le fil de suspension que l'on veut employer. A l'extrémité supérieure de ce tube, on fixe une pièce qui joue un rôle capital dans le

réglage de l'appareil ; cette pièce sert au centrage du cylindre suspendu.

La figure 19 en donne une coupe.

Cette pièce est constituée par une masse de bronze N que l'on a évidée au tour, de façon à lui donner la forme d'une cuvette dont le fond est bien plan. Dans cette cuvette, peut se déplacer sans aucun jeu un disque O, maintenu en place par un couvercle vissé sur N.

Trois vis permettent de déplacer latéralement O et de le fixer dans une position donnée. La pièce O est traversée par un tube que l'on peut immobiliser par une vis. A l'extrémité U sera fixé le fil de suspension.

Au lieu de fixer directement le fil de suspension sur U, j'ai été conduit à le souder d'abord à une petite tige de laiton de 12/10 de mm. de diamètre et de 1 cm. de longueur environ. Cette petite tige est percée sur le tour d'horloger d'un trou centré, dans lequel on soude le fil de suspension.

Cette tige s'engage dans un trou de même diamètre percé dans U (fig. 20), et elle est fixée à l'aide d'une vis. Cette façon de faire rend le maniement du fil de suspension beaucoup plus facile.

Ce procédé serait certainement très pratique pour tous les

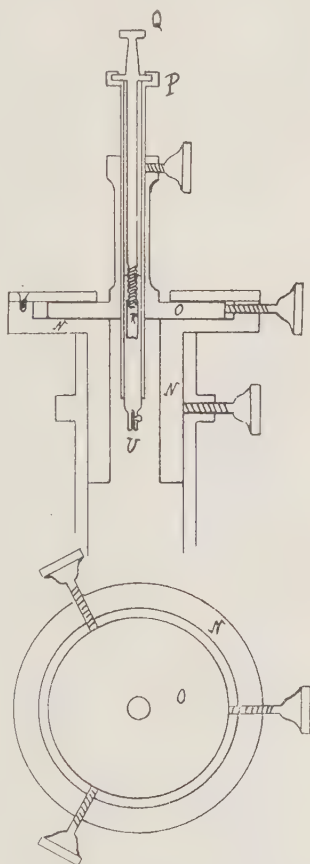


Fig. 19.

appareils possédant un fil de suspension et principalement pour les galvanomètres.

On peut déplacer verticalement et très doucement la pièce U, en agissant sur le bouton Q qui commande U par l'intermédiaire d'une vis R au pas de 0 mm. 25 (fig. 20). U porte une partie plate sur laquelle repose un ressort dur S qui lui permet de se déplacer sans tourner et sans jeu.

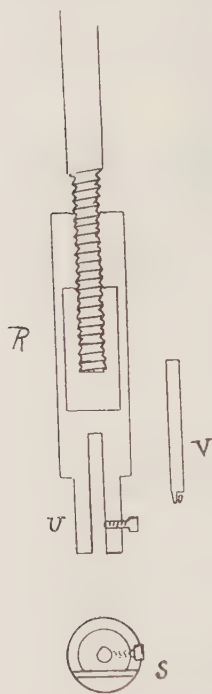


Fig. 20.

L'appareil que je viens de décrire est fixé par trois vis sur un solide trépied en fer. Ce trépied est scellé dans un bloc triangulaire en pierre de taille, très lourd, qui porte trois vis calantes avec contre-écrou. Ces vis sont au pas de 1 mm. Le bloc de pierre a 50 cm. de côté et 15 cm. de hauteur; il repose sur un tabouret entretoisé très stable, sous lequel on a disposé le mouvement d'horlogerie servant à entraîner le cylindre B. On a encore donné plus de stabilité au tabouret en entassant des poids de 20 kg. sur la tablette inférieure.

Le trépied et le tabouret sont percés d'un trou qui permet le passage d'une tige à cardan, servant à la transmission du mouvement. Cette tige étant à cardan, il n'est pas nécessaire de réaliser l'alignement rigoureux des axes du cylindre et du mouvement, ce qui aurait été presque impossible, les vis étant réservées au réglage de l'appareil lui-même.

Le croquis schématique (fig. 21) et la photographie (fig. 22) donnent une idée de l'ensemble de l'appareil.

Mouvement d'horlogerie servant à entraîner le cylindre B. —
C'est un mouvement de phonographe du modèle le plus fort
(mouvement servant avec les appareils à deux diaphragmes).

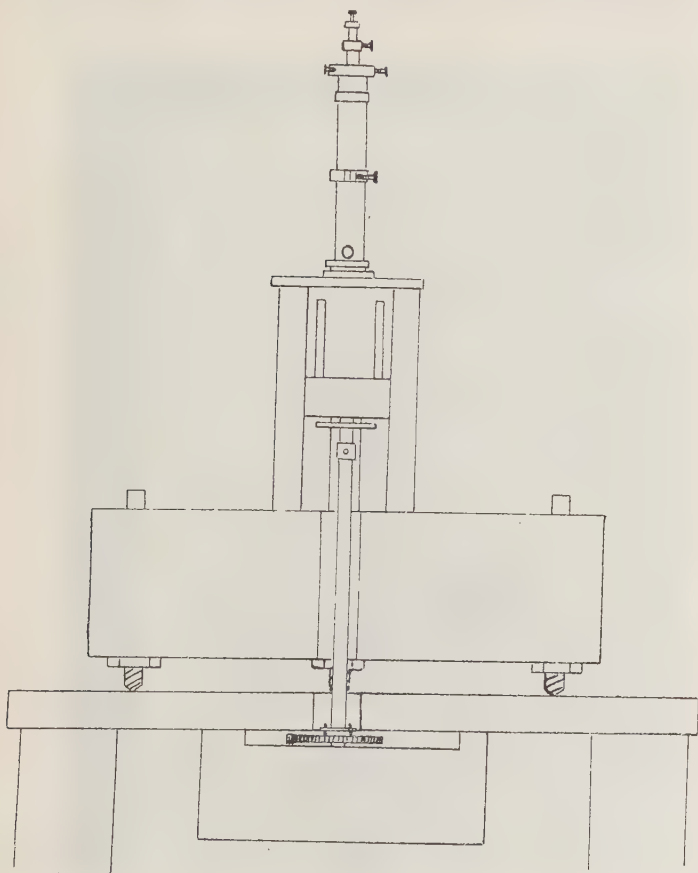


Fig. 21.

La vitesse de rotation peut varier, en agissant sur le régulateur, de 60 à 100 tours à la minute ; j'ai disposé un train d'engrenages (fig. 23) permettant de réduire la vitesse de 39 à 1. Pour cela, l'axe du mouvement porte un pignon de

16 dents qui engrène sur une roue intermédiaire de 96×16 dents ; cette roue communique son mouvement à la roue centrale portant 104 dents. On peut ainsi avoir, sur cette roue, des vitesses de l'ordre de 1 tour 5 à 2 tours 5 à la minute.

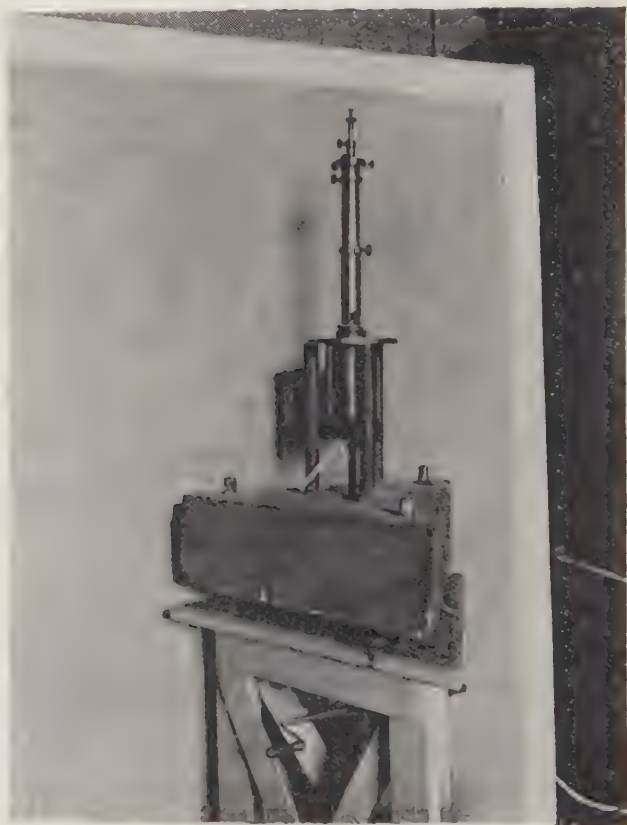


Fig. 22.

La transmission du mouvement au cylindre se fait par une plaque percée de deux trous, qui s'emmanchent sur deux tiges portées par l'engrenage central ; de cette façon, on peut avoir une certaine latitude de réglage en hauteur.

Ce mouvement d'horlogerie a été étudié de façon à pouvoir se rendre compte de la régularité de la rotation.

Pour cela, on a disposé un contact électrique (fig. 23) permettant d'enregistrer les tours.

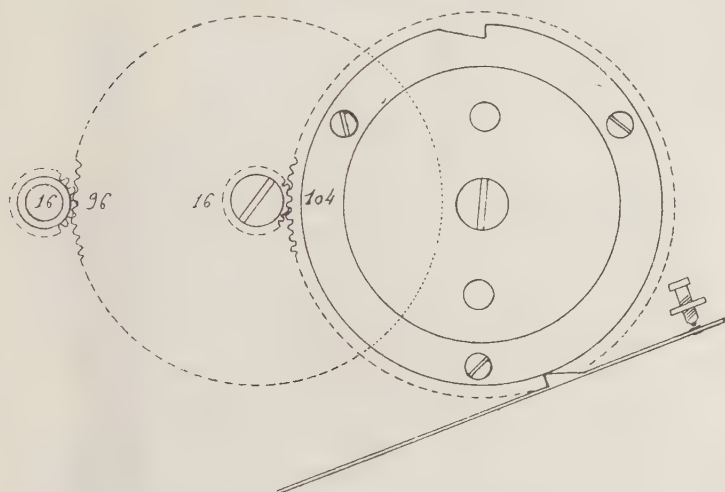


Fig. 23.

Un autre contact, monté sur le premier pignon et non représenté sur la figure, permet de vérifier la régularité par tour de ce pignon. On enregistre électriquement, sur un système que nous décrirons plus loin, en même temps, les tours du mouvement et les battements d'un pendule donnant la seconde. On mesure ainsi la durée de chaque rotation.

J'ai fait des essais à toutes espèces de vitesse ; je donne, à titre d'exemple, un de ces essais à vitesse moyenne (la plus employée dans les mesures). On prend comme origine des temps le moment de la mise en route du mouvement d'horlogerie (le mouvement étant remonté à fond).

Une bande d'inscription, mise en marche au départ du

mouvement et arrêtée au moment où il s'arrête, donne les nombres suivants :

Nos des tours	Durée de la rotation	Nos des tours	Durée de la rotation
1	25,076	9	25,190
2	069	10	253
3	083	11	256
4	081	12	354
5	104	13	444
6	119	14	565
7	142	15	27,250
8	155		

Ces nombres conduisent à la courbe de la figure 24.

On voit que la période reste constante d'un tour au suivant à moins de $1/1000^e$ pour les premiers tours. C'est tou-

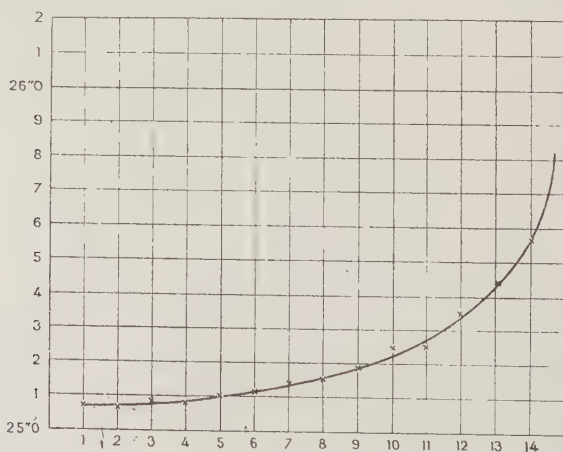


Fig. 24.

jours dans cette région que l'on s'est placé pour faire les mesures. Des courbes de ce genre ont été construites aux divers régimes de marche, mais la plupart des mesures de viscosité ont été faites avec des périodes de l'ordre de 25 à 30 secondes.

Système enregistreur. — Il est constitué par un télégraphe Morse modifié. La molette d'encrage M et le tampon T ont été enlevés (1, fig. 25); à la place de M, on a disposé un petit cylindre destiné à supporter la bande de papier. Deux

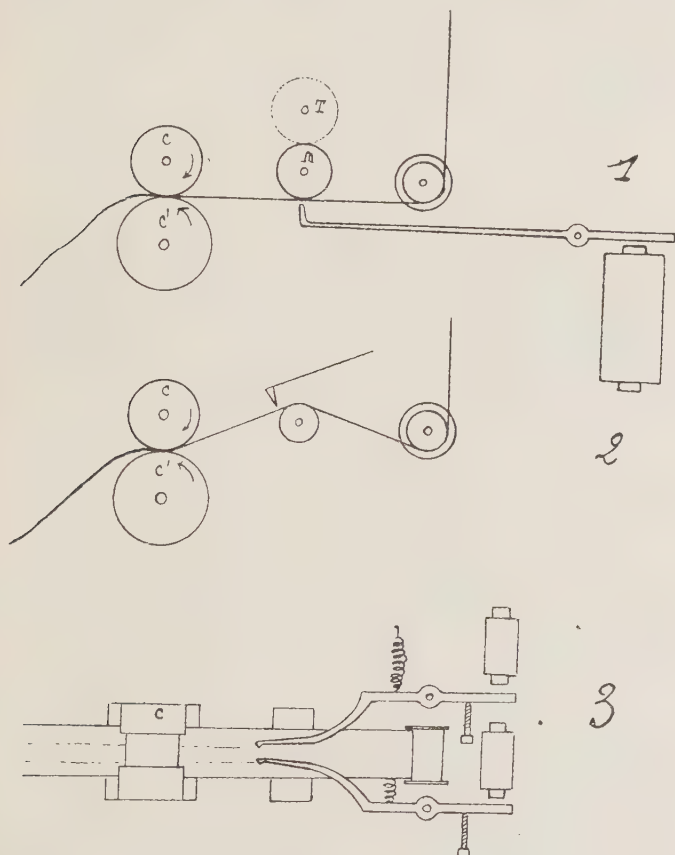


Fig. 25.

plumes, semblables à celles employées dans les baromètres enregistreurs, sont¹ montées (2 et 3, fig. 25) sur deux armatures commandées par deux électro-aimants. Ces plumes viennent s'appuyer sur la bande de papier un peu en avant

du petit cylindre ; l'élasticité de la bande de papier assure un frottement convenable.

Le cylindre d'entraînement supérieur C a été légèrement évidé, de façon à éviter que son frottement ne brouille les traits des plumes. L'un des électros est commandé électriquement par le battement d'un pendule donnant la seconde ; l'autre est commandé par le mouvement à mesurer.

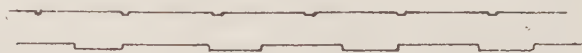


Fig. 26.

La vitesse de la bande de papier est environ de 2 cm. 7 à la seconde. Cette vitesse n'est pas constante. Lorsque le mécanisme est remonté à fond, la vitesse devient voisine de 2 cm. 9. La variation de vitesse n'influe pas beaucoup sur la

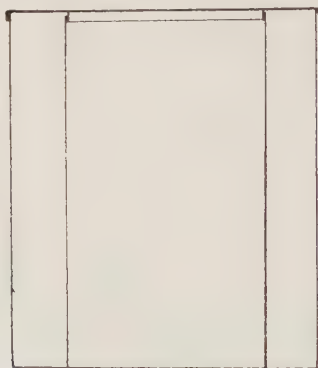


Fig. 27.

précision des mesures, puisque le mouvement est contrôlé toutes les secondes ; il suffit qu'il n'y ait pas de variation sensible pendant la durée d'une seconde, ce qui est réalisé.

La figure 26 donne une idée de l'inscription que l'on obtient. Le trait inférieur donne la seconde, le trait supérieur représente l'inscription de la rotation du pignon du mouvement de phonographe.

Thermostat. — La viscosité de l'eau varie beaucoup avec la température ; j'avais donc besoin de connaître très exactement la température à laquelle je faisais mes mesures ; je devais, de plus, être certain que la température était uniforme dans toute la masse d'eau en expérience. Mon appareil devait donc être placé dans un thermostat.

Le thermostat que j'emploie est constitué par un réservoir cylindrique en fer-blanc, à double paroi, qui enveloppe tout l'appareil.

Ce réservoir (fig. 27) a les dimensions $28 \times 24 \times 16$ cm. Il est étanche et peut être rempli d'eau ou de glace.

Une enveloppe en carton cloisonnée d'ouate (6 couches concentriques) peut l'enfermer entièrement. Cette enveloppe est recouverte d'une autre enveloppe également en carton ouaté, qui recouvre le tube supérieur de l'appareil. Une ouverture de 1 cm. de hauteur permet le passage du rayon lumineux allant au miroir ; ce rayon passe au-dessus du réservoir à eau. Tous les vides intérieurs ont été comblés par des coussins d'ouate. La photographie de la figure 28 montre l'appareil muni de son thermostat, la partie supérieure étant enlevée pour permettre de voir l'intérieur.

Comme il n'était pas facile de placer, pendant les mesures, le thermomètre servant à mesurer la température directement dans la couche liquide (entre les cylindres), je l'ai placé tout contre le cylindre extérieur ; j'ai alors été conduit à vérifier l'efficacité du thermostat et l'égalité de la température entre les cylindres et à l'extérieur. Pour cela, j'ai placé l'une des branches d'une pince thermo-électrique dans la couche liquide et l'autre à la place du thermomètre.

La pince était montée sur un galvanomètre de résistance 4 0 5, et une déviation de 1 mm. sur une échelle placée à 1 m. correspondait à une variation de température de 0°0220.

Je donne à titre d'exemple une de ces vérifications.

L'appareil étant monté comme pour une expérience (mais

ne fonctionnant pas), le thermostat est rempli d'eau chaude ; à ce moment la température de la pièce est environ 16° , celle de l'eau chaude 31° ; 24 heures après, la température de la pièce est toujours 16° et celle donnée par le thermomètre de

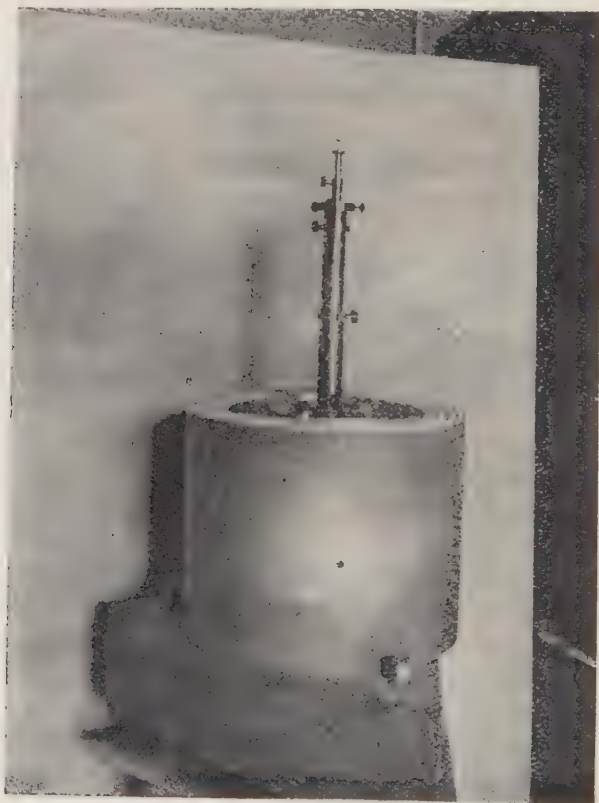


Fig. 28.

l'appareil $22^{\circ}8$; à ce moment, la pince thermo-électrique indique entre la couche liquide et le thermomètre placé comme on a vu tout contre le cylindre et à l'extérieur, une différence de température bien inférieure au $1/10$ de degré.

J'ai vérifié également que le fait de faire tourner l'appareil ne fait pas monter sensiblement la température pendant la durée d'une expérience.

Le thermomètre que j'employais était un thermomètre à mercure divisé en cinquièmes de degré. Chaque division correspondant à $1/5$ de degré avait une longueur de 1 mm., ce qui permettait de lire facilement le dixième de degré.

Ce thermomètre avait été étalonné spécialement par le Laboratoire d'essais du Conservatoire des Arts et Métiers.

L'étalonnage avait été fait de 10 en 10 degrés, avec une approximation de 0°02 par rapport au thermomètre normal.

Système optique. — La lecture de la déviation se fait sur une échelle sur verre, divisée en millimètres. La longueur des divisions avait été mesurée à la machine à diviser.

Voici le tableau :

Graduation de la règle	Longueur en centimètres	Graduation de la règle	Longueur en centimètres
0	0	13	12,996
1	0,999	14	13,995
2	1,998	15	14,995
3	3,000	16	15,996
4	4,000	17	16,996
5	5,000	18	17,996
6	6,000	19	18,996
7	7,000	20	19,996
8	8,000	21	20,996
9	8,999	22	21,994
10	9,999	23	22,995
11	10,998	24	23,994
12	11,997	25	24,996

Les vérifications, millimètre par millimètre, indiquent des erreurs du même ordre, que l'on peut négliger.

L'échelle était montée sur un support massif disposé de façon que la partie supérieure reste dégagée. Des réglages permettaient de placer l'échelle horizontale et sa tranche verticale. De cette façon, la mesure de la distance de

l'échelle au miroir était plus facile qu'avec le modèle de support employé ordinairement. Le miroir dont je me servais avait 50 cm. de distance focale.

L'éclairage était obtenu par une petite lanterne portant un réticule formé d'un fil de 5/100 de mm. de diamètre, dont l'image se formait sur l'échelle divisée.

L'échelle étant placée dans une position fixe convenablement choisie, on mettait au point et on amenait l'image à l'endroit désiré en agissant sur la position de la lanterne, qui était montée sur un support indépendant.

La température de la pièce où se faisaient les expériences variant relativement peu, on a toujours négligé l'influence de la température sur la longueur des divisions de la règle divisée. Si, en effet, on suppose une variation de température de 10^0 (supérieure à la réalité), le coefficient de dilatation du verre étant de l'ordre de 10^{-5} , pour une longueur de 20 cm. la variation serait de 2/100 de mm. ; on peut donc la négliger.

CHAPITRE IV

Détermination des constantes de l'appareil.

Étalonnage de la machine à diviser. — Les mesures de longueurs ont été faites à l'aide d'une machine à diviser.

Cette machine comporte une vis au pas de 0 mm. 5 de 37 cm. de longueur.

Une règle en laiton divisée en $1/2$ mm. est disposée parallèlement à la vis et sert à compter les tours. Le tambour a 95 mm. de diamètre, il est divisé en 250 parties. Chaque division correspond à une avance du chariot de $1/500$ de mm. Un repère, que l'on peut immobiliser, est disposé contre le tambour. Le chariot porte un microscope avec un réticule divisé, dont chaque division correspond à $1/125$ de mm.

J'ai disposé sous le microscope un système éclaireur, formé d'une lame à faces parallèles inclinée qui permet d'éclairer convenablement, en se servant d'une lampe placée sur le côté, les objets placés sur le banc de la machine à diviser.

Cette machine a été étalonnée en se servant d'une réglette étalon fournie par le Bureau International des Poids et Mesures de Sèvres ; je remercie M. Guillaume, directeur du Laboratoire, de la complaisance avec laquelle il m'a fourni cette réglette,

Cette réglette est en métal invar ; elle porte le n° 46 ; le certificat qui l'accompagne donne le tableau d'étalonnage des divisions, le coefficient de dilatation du métal et l'équation de la règle.

La précision que donne cette réglette est de beaucoup

supérieure à celle que peut donner la machine à diviser ; je m'en suis servi pour étalonner celle-ci.

J'ai fait deux étalonnages ; l'un a porté sur toute la longueur de la vis, il avait pour but de permettre la vérification d'une règle à dessin destinée à mesurer la distance séparant le miroir de l'échelle divisée. Cette distance étant de 1 m. 30 environ, une précision de l'ordre de $1/2$ mm. était suffisante pour avoir le $1/2000$. Je n'insisterai donc pas sur cette partie de l'étalonnage.

Un autre étalonnage, beaucoup plus soigné, a été fait sur une partie seulement de la vis, entre les divisions 200 et 400 de la règle en laiton de la machine à diviser. Pour cela, la réglette étalon est placée contre cette échelle en laiton, parallèlement à la vis de la machine.

Le chariot étant devant la division 200 de l'échelle, le trait central du réticule du microscope est amené devant le 0 de la réglette étalon et le repère devant le 0 des divisions du tambour. On fait alors tourner le tambour qui entraîne la vis et fait avancer le chariot ; on amène ainsi le réticule devant la première division de la réglette ; le nombre de tours est donné par la règle divisée de la machine et la fraction de tour par le tambour ; on peut, de cette façon, dresser un tableau donnant la valeur exacte correspondant à un certain nombre de tours et de fractions de tours de la vis dans un espace déterminé.

Je donne le tableau de cinq séries de mesures successives à la température de 22° , entre les divisions 200 et 400 de la règle en laiton de la machine à diviser.

Dans les cinq séries de mesures, les nombres de tours de la vis sont les mêmes. Seules, les fractions de tours varient légèrement d'une expérience à l'autre. Ces fractions de tours sont données en $1/250^{\circ}$ de tour, puisque le tambour est divisé en 250 parties ; chaque division correspond à environ $1/500$ de mm. sur la vis.

On décale ensuite le 0 de 1 mm. et on refait les séries de

Divisions de la réglette étalon	Nombre de tours de la vis commun aux 5 expériences	Fraction de tour en 1/250° à ajouter aux nombres de la colonne précédente pour les 5 expériences suivantes : Nos des expériences				
		1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	20	8,5	8	8,5	8	8
2	40	17	17	16	16	16,5
3	60	26,5	26	26	26	26
4	80	34,5	34	33	32,5	33
5	100	41,5	41	40	40	40
6	120	47	47	48	48	48
7	140	57,5	57	57	57	57
8	160	66	65,5	65,5	66	66
9	180	75	74	75	75	75
10	200	84	84	84	84	84

mesures, et ainsi de suite, de façon à avoir l'étalonnage de la vis millimètre par millimètre. Les irrégularités n'ont jamais dépassé 2/250 de tour, c'est-à-dire environ 1/250 de mm. On constate, d'après le tableau ci-dessus, que la vis est bien régulière.

La correction à faire sur la réglette pour la température de 22° est $- 5 \mu$ (d'après le certificat de cette réglette) ; on peut donc calculer à la température de 22° le pas de la vis de la machine.

On aura :

$$10 \text{ cm.} - 5 \mu = 200 \text{ tours} + 84/250 \text{ de tour.}$$

Ce qui conduit à :

$$1 \text{ tour} = 0 \text{ cm. } 049913 \text{ à } 22^{\circ}$$

Par des mesures identiques, on trouverait à 17° :

$$0 \text{ cm. } 049906.$$

On est certainement au-dessous de la vérité en admettant

que la machine ainsi étalonnée permet de mesurer des longueurs de l'ordre de 5 ou 6 cm. à moins de $1/100$ de mm.

Mesure du diamètre $2a$ et de la hauteur h du cylindre suspendu. — Le trait central du réticule occupe tout le champ du microscope. On commence par le disposer perpendiculairement à la vis de la machine à diviser; pour cela, on vise le côté d'une grande équerre, dont l'autre côté est disposé suivant l'axe de la vis. On dispose ensuite le cylindre debout sur le banc de la machine à diviser; on amène le réticule tangentiellement à l'un des bords du cylindre, puis on tourne le tambour jusqu'à ce que le réticule vienne tangentiellement à l'autre bord. Connaissant le nombre de tours et fraction de tour, on en déduit $2a$.

Bien entendu, la mesure se fait dans la région de la vis précédemment étalonnée et on tient compte de la température.

Pour mesurer la hauteur, on place le cylindre sur deux V de façon que son axe soit horizontal et parallèle à la vis de la machine.

Résultats. — Je donne ci-joint les résultats obtenus pour deux cylindres dont je me suis principalement servi. Je les désignerai sous le nom de cylindre n° 1 et cylindre n° 2.

Des mesures de viscosité bien concordantes ont été faites avec 5 cylindres différents; après des mesures nombreuses, j'ai seulement conservé les deux cylindres en question.

Cylindre n° 1. — Ce cylindre en ordre de marche, y compris le miroir, pèse 55 g. 17 environ. Les mesures sont faites aux deux extrémités, plusieurs fois dans plusieurs directions.

La température étant 21° , on trouve :

Valeurs extrêmes de $2a$ en haut : 5 cm. 04768 et 5 cm. 04790;
moyenne : 5 cm. 04779.

Ce nombre est exact à moins de $1/5000$, puisque la mesure est supposée faite au $1/100$ de millimètre (on a vu qu'on avait sans doute beaucoup mieux).

Valeurs extrêmes de $2a$ en bas : 5 cm. 0538 $\frac{1}{4}$ et 5 cm. 05502 ; moyenne : 5 cm. 05443, nombre exact à moins de $1/5000$ pour la même raison que ci-dessus.

Valeurs extrêmes de la hauteur h , mesurée suivant plusieurs génératrices : 5 cm. 05651 et 5 cm. 05675 ; moyenne 5 cm. 05663 à moins de $1/5000$. On voit que le cylindre possède un faux rond très faible, mais qu'il est légèrement conique. Nous trouverons un cône analogue pour le cylindre extérieur et nous disposerons les cônes dans le même sens, de façon à avoir une couche liquide d'épaisseur sensiblement constante.

Les nombres ci-dessus nous conduisent à admettre pour le cylindre n° 1, à 21° :

$a = 2$ cm. 5255 à moins de 0 cm. 0016 en plus ou en moins, c'est-à-dire à moins de $1/1500$.

$h = 5$ cm. 0566 à moins de $1/5000$.

Cylindre n° 2. — Il est un peu plus épais que le précédent ; la barrette a été beaucoup renforcée. Malgré un faux rond plus sensible que pour le cylindre n° 1, c'est lui qui m'a donné les meilleurs résultats, par suite de sa rigidité.

Le poids en ordre de marche est 71 gr. 4 environ.

Les mesures ont été faites dans les mêmes conditions que précédemment.

La température étant 15°, on trouve :

Valeurs extrêmes de $2a$ en haut : 5 cm. 04913 et 5 cm. 05733 ; moyenne 5 cm. 05443, nombre que l'on peut admettre à ± 0 cm. 0041 c'est-à-dire à moins de $1/1200$.

Valeurs extrêmes de $2a$ en bas : 5 cm. 05122 et 5 cm. 05952 ; moyenne 5 cm. 05537 à ± 0 cm. 00415, c'est-à-dire à moins de $1/1200$.

Valeurs extrêmes de h suivant plusieurs génératrices : 5 cm. 0496 et 5 cm. 0488 ; moyenne 5 cm. 0492 à moins de $1/5000$, puisque la mesure est faite au $1/100$ de millimètre.

On peut donc admettre, à 15°, pour le cylindre n° 2 :

$a = 2$ cm. 5271 à moins de $1/1200$

$h = 5$ cm. 0492 à moins de $1/5000$.

Mesure du diamètre $2b$ du cylindre extérieur. — Il s'agit de mesurer le diamètre intérieur d'un cylindre à diverses profondeurs ; dans le cas considéré, j'ai besoin du diamètre au niveau du cylindre suspendu.

J'ai rencontré dans la mesure de ce diamètre un certain nombre de difficultés que je vais exposer.

Les premières mesures, faites avec un compas d'intérieur du modèle employé pour la mécanique de précision, ne m'ont donné aucune exactitude. Une amélioration très sensible a été obtenue en soudant aux extrémités du compas

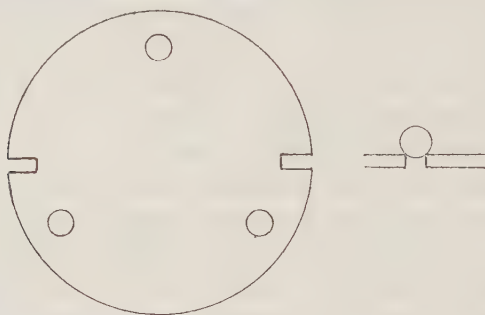


Fig. 29.

deux billes d'auto en acier (billes de roulement), de 6 mm. 5 de diamètre. Mais la précision restait encore insuffisante, à cause de l'incertitude sur la position des billes. Il était donc indispensable de préciser leur position. Pour cela, j'ai tourné un disque en bronze dont le diamètre est égal au diamètre intérieur du cylindre à mesurer, avec tout au plus $1/10$ de mm. en moins (fig. 29).

Aux extrémités d'un diamètre de ce disque, j'ai fraisé deux logements égaux, dans lesquels peuvent reposer les billes du compas. Ce disque est porté par trois boulons, fixés sur une plaque de bronze reposant sur le dessus du cylindre ; cette plaque, qui forme couvercle, s'emboîte très exactement sur le cylindre. Des trous percés dans la plaque permettent

le passage des branches du compas et aussi de voir les billes.

En réglant la hauteur des boulons, on règle la position en hauteur donnée aux billes du compas. Le réglage étant fait, le compas se trouve automatiquement dans la position convenable. Une lampe électrique du plus petit modèle est disposée sous l'une des billes, l'autre bille est amenée en contact avec la paroi du cylindre ; on agit alors sur l'écrou du compas jusqu'à ce que la première bille vienne aussi en contact avec la paroi. Cette paroi étant bien polie et faisant office de miroir, on se rend facilement compte du moment où se produit le contact.

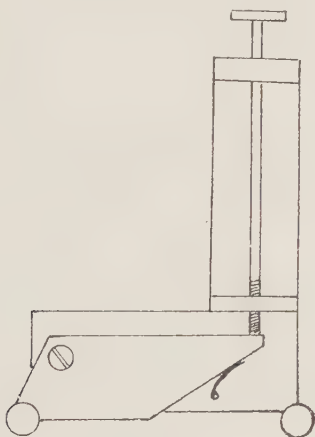


Fig. 30.

Il ne reste plus qu'à mesurer l'écartement des billes, à la machine à diviser.

J'ai été conduit à employer, à la place du compas d'intérieur ordinaire, un système constitué comme l'indique la figure 30. Le compas ordinaire des mécaniciens se règle avec une vis au pas de l'ordre de 1 mm. ; comme, de plus, il y a un bras de levier de 2/1, la sensibilité est médiocre ; pour avoir le 1/100 de mm. il faudrait tourner l'écrou de 1/200 de tour, ce qui est inappréciable.

L'appareil employé est formé de deux pièces articulées, en laiton épais, portant deux billes de 6 mm. 35 (fig. 30). Une vis agit de façon à écarter ou rapprocher ces deux billes ; le pas de cette vis est 0 mm. 25 ; avec le bras de levier existant, il faut tourner environ de $1/20$ de tour pour écarter les billes de $1/100$ de mm.

Bien entendu, le système en question ne peut servir que pour des diamètres très voisins de celui pour lequel il a été construit. Pour mesurer à la machine à diviser l'écartement

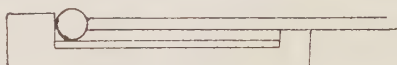


Fig. 31.

des billes, j'ai disposé sur le banc de la machine à diviser un petit berceau formé de deux planchettes à angle droit, dont l'une porte un miroir (fig. 31). Les billes reposent sur le miroir. Le fond du berceau a été disposé parallèlement à la vis de la machine. La lumière reçue par l'illuminateur du microscope est renvoyée par le miroir et, dans le microscope, on voit les billes en noir sur fond clair.

Pour faire la mesure, il suffit d'amener le réticule tangentielle-ment à l'une des billes, puis à l'autre, et de compter le nombre de tours.

Un calcul facile permet de connaître avec quelle exactitude il faut régler la position des billes du compas pour avoir une précision donnée.

Soit le diamètre à mesurer $AB = L$ (fig. 32).

Le compas touche en B et D, de sorte que BD fait avec AB un angle α . Soit un point C sur BD, tel que $CB = AB$.

Calculons CD, qui est l'erreur commise lorsque $AD = l$.

Le triangle CDE nous donne :

$$CD = \frac{CE}{\cos \alpha} . \text{ Mais } CE = AB - BC' = L - L \cos \alpha .$$

On sait que :

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{l^2}{L^2}}}$$

Ce qui nous conduit à :

$$CD = \sqrt{L^2 + l^2} - L$$

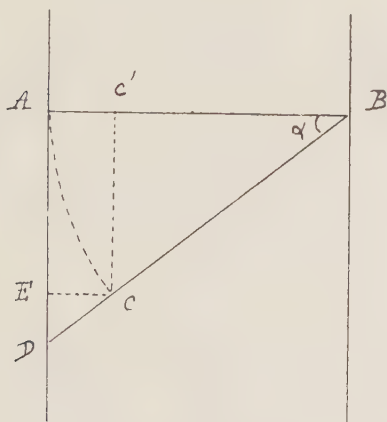


Fig. 32.

Dans le cas considéré, $L = 6$ cm. ; si on suppose que la position des billes est réglée en hauteur à 0 cm. 1, précision très certainement dépassée dans le réglage des boulons, on a :

$$CD = 0 \text{ cm. } 0009.$$

Les billes du compas peuvent être bien à la même hauteur sans se trouver sur un diamètre ; le compas touche alors en C et D (fig. 33). Soit AB le diamètre parallèle à CD ; la distance de CD à AB sera l ; l'erreur commise en mesurant CD au lieu de $AB = L$ sera :

$$2x = L - CD.$$

Dans le triangle rectangle OEC, on a :

$$\left(\frac{L}{2}\right)^2 = l^2 + \left(\frac{L}{2} - x\right)^2$$

ou :

$$x^2 - Lx + l^2 = 0$$

ce qui donne :

$$x = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4l^2}}{2}$$

pour $l = 0$, il faut $x = 0$; donc la solution

$$x = \frac{L - \sqrt{L^2 - 4l^2}}{2} \text{ convient seule.}$$

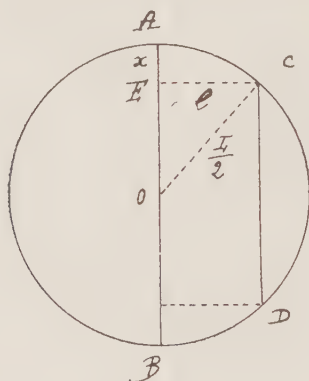


Fig. 33.

Le réglage des points A et B (obtenu par le fraisage des logements des billes) peut se faire à mieux que 1/5 de mm. près, ce qui nous donnerait :

$$2x = L - \sqrt{L^2 - 4l^2} = 6 - \sqrt{36 - 0,0016} < 0 \text{ cm. } 0001.$$

Le procédé que je viens de décrire m'a donné des résultats satisfaisants. Deux mesures successives à la machine à diviser, sans changer le réglage du compas, concordent à moins de 1 division du tambour, c'est-à-dire à 1/590 de mm. Deux

mesures successives faites sur un même diamètre, en changeant le réglage du compas, concordent à 2/500 de mm. environ.

Le système décrit ci-dessus a été réglé en hauteur de façon à obtenir le diamètre juste en face du haut et du bas du cylindre suspendu. De même que pour les cylindres n° 1 et n° 2, les mesures sont faites plusieurs fois dans plusieurs directions.

La température étant 23°, on trouve :

Valeurs extrêmes de 2h en haut : 6 cm. 01385 et 6 cm. 01365, moyenne 6 cm. 01375 à 1/100 de mm. près, c'est-à-dire à moins de 1/6000.

Valeurs extrêmes de 2h en bas : 6 cm. 01883 et 6 cm. 01849, moyenne 6 cm. 01866 à moins de 1/6000.

On peut donc admettre comme rayon moyen, à 23° :

$h = 3$ cm. 0081 à plus ou moins 0 cm. 00123, c'est-à-dire à 1/2000 près.

Mesure du moment d'inertie du cylindre suspendu. — Le support du miroir et son miroir sont placés d'une façon définitive. On vérifie alors que, le cylindre étant suspendu, les génératrices sont bien verticales ; pour cela, on vise le bord du cylindre en haut et en bas, à l'aide d'un cathétomètre convenablement réglé.

La précision que l'on peut espérer par ce procédé n'est pas très grande, peut-être de l'ordre de 1/20 de mm., mais elle est largement suffisante, puisqu'on a vu (p. 17) que l'erreur relative sur η , par suite d'une excentricité légère, est donnée par $\frac{m^2}{2}$.

Dans le cas considéré, si on admet une excentricité de 1/20 de mm., on a :

$$m \times 0 \text{ cm. } 5 = 0,005. \text{ Donc } m = \frac{1}{100}.$$

par suite $\frac{m^2}{2} = \frac{1}{20\,000}$ qui est pour nous une erreur négligeable.

La mesure du moment d'inertie a été faite par la méthode de l'anneau centré ; rappelons brièvement en quoi elle consiste.

On considère un corps pouvant osciller autour d'un axe ; son moment d'inertie I par rapport à cet axe est inconnu ; sa période d'oscillation sera donnée par

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{c}}$$

(c est par exemple un couple de torsion).

Si on ajoute à ce corps un autre corps de moment d'inertie I' (par rapport à l'axe de rotation) connu, le moment d'inertie total sera $I + I'$ et comme c est resté le même, on aura :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{I + I'}{c}}$$

En choisissant un corps dont la forme permet le calcul de I' , la mesure de T et T' conduira à I par un calcul simple.

Comme corps de moment d'inertie connu, j'ai pris un anneau (fig. 34).

On sait que pour un anneau de rayons extérieur et intérieur r et r' , et de masse M , le moment d'inertie par rapport à un axe perpendiculaire à son plan et passant par son centre est égal à :

$$I = Mp^2 = M \cdot \frac{r^2 + r'^2}{2}$$

La connaissance de la masse M de l'anneau et de ses dimensions nous permet de calculer le moment d'inertie.

J'ai construit un certain nombre d'anneaux en laiton, avec toutes les précautions indiquées au sujet de la construction du cylindre suspendu. La densité du laiton employé était 8,41.

Ces anneaux ont sensiblement le même diamètre que les cylindres. Pour les centrer, on les pose simplement dessus en se réglant sur le bord.

Il faut remarquer qu'une légère excentricité ne change pas sensiblement le moment d'inertie, puisque pour un centrage parfait, le moment d'inertie passe par un minimum.

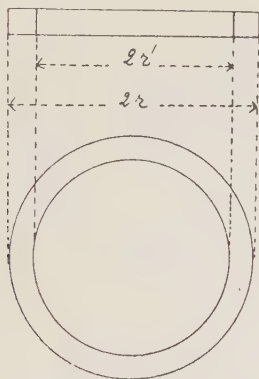


Fig. 34.

J'ai d'ailleurs vérifié qu'un défaut de centrage très visible ne change pas sensiblement la période d'oscillation.

Dans les premières expériences, je me servais d'un unique anneau centré, relativement lourd, 48 g. 4260 et de moment d'inertie 272 g. 8269, du même ordre que celui du cylindre suspendu lui-même.

Des irrégularités dans les mesures m'ont conduit à supposer que le fil de suspension ne conservait pas un couple de torsion constant, par suite de la variation exagérée de poids ; j'ai alors construit toute une série d'anneaux beaucoup plus légers.

Les poids de ces anneaux étaient mesurés à l'aide d'une balance Brewer sensible au $1/20$ de mg. Les poids employés avaient été spécialement étalonnés par le Laboratoire d'essais du Conservatoire des Arts et Métiers. Les dimensions

N ^{os}	θ	Valeurs extrêmes de $2r$		r moyen en cm.	Erreur sur r	Valeurs extrêmes de $2r'$		r' moyen en cm.	Erreur sur r'	M. en gr.	$1 - M \frac{r^2 + r'^2}{2}$	Erreur sur 1
1	16°	5,0145	5,0128	2,5068	$\frac{1}{5000}$	4,7977	4,7969	2,3986	$\frac{1}{4000}$	4,2087	25,3311	$\frac{1}{2000}$
2	16°	5,0421	5,0419	2,5210	$\frac{1}{5000}$	4,7857	4,7855	2,3928	$\frac{1}{4000}$	5,7500	34,7325	$\frac{1}{2000}$
3	16°	5,0374	5,0370	2,5186	$\frac{1}{5000}$	4,7905	4,7899	2,3951	$\frac{1}{4000}$	7,0364	42,4988	$\frac{1}{2000}$
4	17°	4,9496	4,9492	2,4747	$\frac{1}{4000}$	4,5978	4,5974	2,2988	$\frac{1}{4000}$	9,3957	53,5818	$\frac{1}{2000}$
5	17°	4,9486	4,9472	2,4739	$\frac{1}{4000}$	4,5978	4,5970	2,2986	$\frac{1}{4000}$	18,4101	104,9719	$\frac{1}{2000}$
6	20°	4,9483	4,9463	2,4742	$\frac{1}{4000}$	4,5977	4,5955	2,2983	$\frac{1}{4000}$	25,3952	144,8013	$\frac{1}{2000}$

des anneaux ont été obtenues à la machine à diviser, avec les précautions indiquées précédemment.

Je donne, ci-joint, la liste des anneaux employés, avec la précision espérée sur les diverses mesures qui conduisent au moment d'inertie.

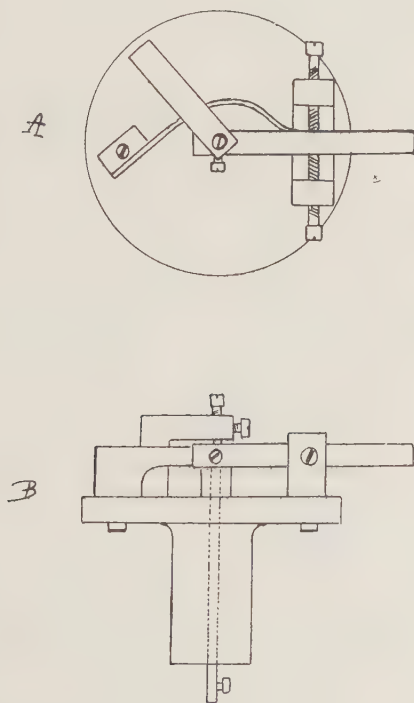


Fig. 35.

Les anneaux nos 4, 5 et 6, qui ont un diamètre un peu plus faible, reposaient sur la barrette servant de monture à l'axe du cylindre.

Si la température à laquelle doit être faite la mesure est voisine de celle du tableau ci-contre (quelques degrés seulement de différence), on peut négliger la correction due à la

variation de température ; sinon, on a toujours fait la correction en prenant comme coefficient de dilatation $17 \cdot 10^{-6}$ pour le laiton.

Le cylindre dont je voulais mesurer le moment d'inertie était suspendu par un fil de torsion en argent de 15/100 de mm. de diamètre, dont la longueur a varié suivant les expériences ; d'autres mesures ont été faites avec des fils de 12/100 de mm. de diamètre.



Fig. 36.

Le fil était recuit in place. Pour recuire le fil sans trop de risques de le brûler, on commence par faire passer un courant dans un fil identique pour connaître, à l'aide d'un ampèremètre, l'intensité qu'il ne faut pas dépasser. En refaisant la même expérience avec le fil de suspension, on peut le recuire sans risques, en se réglant sur les indications de l'ampèremètre.

L'extrémité supérieure du fil était fixée dans un dispositif permettant de lui imprimer une légère torsion (fig. 35). Ce dispositif était lui-même fixé dans un support massif.

Au niveau du milieu du fil de suspension, se trouvait un support amovible en forme de fourche (fig. 36), sur lequel étaient posés plusieurs des anneaux ci-dessus ; de cette façon, on pouvait faire descendre sur le cylindre un, deux ou trois anneaux, ou les enlever à volonté.

Le but était de pouvoir faire plusieurs mesures du même moment d'inertie en faisant croître le poids supporté par le fil de suspension, puis en le faisant décroître, de façon à éliminer autant que possible l'influence de la variation du couple de torsion sous l'action de la traction. Une cage protégeait le système contre les courants d'air.

On mettait le système en mouvement, en agissant sur la tête A de l'instrument, et on mesurait la période d'oscillation du cylindre seul. On ajoutait alors un anneau de moment d'inertie connu, on mesurait de nouveau la période. On avait alors tous les éléments pour calculer le moment d'inertie du cylindre. On ajoutait un second anneau, puis un troisième ; on trouvait ainsi deux nouvelles valeurs du moment d'inertie. On refaisait les mesures en retirant successivement les trois anneaux et on faisait la moyenne des valeurs trouvées.

Pour mesurer la période d'oscillation, on comptait généralement 50 à 100 oscillations. Les périodes mesurées étaient de l'ordre de 9 secondes à 12 secondes. On se servait d'un compteur à seconde donnant le $1/5$ de seconde. Ce compteur avait été réglé sur une horloge Brillé entretenue électriquement et réglée elle-même par T. S. F. Le réglage du compteur a permis d'arriver à la concordance avec l'horloge à environ $1/5$ de seconde par heure, c'est-à-dire à :

$$\frac{1}{5 \times 3600} = \frac{1}{18000} .$$

Cylindre n° 1. — Le cylindre était suspendu par un fil d'argent de 15/100 de mm. de diamètre et de 15 cm. environ de longueur, recuit en place et abandonné à lui-même pendant plusieurs jours.

La température étant de 22°, on trouve pour la période d'oscillation à vide des valeurs qui varient de 10 sec. 540 à 10 sec. 550.

Ce qui donne comme moyenne :

$$T = 10 \text{ sec. } 545 \text{ à } 1/2000 \text{ près.}$$

Si on place l'anneau n° 5, la période devient : 12 sec. 362 à 12 sec. 373, moyenne $T' = 12 \text{ sec. } 367 \text{ à } 1/2000 \text{ près.}$

Le calcul nous donne :

$$I = 279,61 .$$

L'appareil étant resté au repos pendant 24 heures sous la charge des anneaux 4 et 5 (la température est 21^0), on trouve alors une période T'' qui varie de 13 sec. 200 à 13 sec. 196, la moyenne étant $T'' = 13 \text{ sec. } 198$ à $1/6000$ près.

On enlève l'anneau n° 4, T' varie de 12 sec. 360 à 12 sec. 356, moyenne $T' = 12 \text{ sec. } 358$ à $1/6000$ près.

On enlève l'anneau n° 5, T varie de 10 sec. 540 à 10 sec. 544, moyenne $T = 10 \text{ sec. } 542$ à $1/5000$ près.

Le fil de suspension étant resté chargé assez longtemps, on voit que T et T' ont un peu varié; ils sont un peu plus faibles que précédemment; la variation est inférieure à $1/1000$.

Le calcul donne pour I deux nouvelles valeurs :

$$I = 280,52 \quad \text{et} \quad I = 279,41.$$

Le fil étant resté chargé pendant 5 heures, on trouve $T \text{ moyen} = 10 \text{ sec. } 544$.

Avec un autre fil de suspension de 11 cm. 6 de longueur et de $15/100$ de mm. de diamètre, on trouve :

$$T = 9 \text{ sec. } 333 \text{ à } 1/3000 \text{ près;}$$

$$T' = 10 \text{ sec. } 940 \text{ à } 1/2500 \text{ près.}$$

Ce qui conduit à : $I = 280,69$.

Des mesures analogues à celles dont je viens de donner un exemple ci-dessus ont été faites en très grand nombre; les nombres obtenus pour I sont tous dans les limites des nombres que je viens de donner; on peut donc admettre, à 21^0 , pour le cylindre n° 1 :

$$I = \frac{280,52 + 279,41 + 279,61 + 280,69}{4} = \boxed{280,05}$$

Les valeurs extrêmes étant 279,41 et 280,69, on peut considérer ce nombre comme exact à $1/500$.

Cylindre n° 2. — Les mesures avec le cylindre n° 2 sont identiques à celles indiquées pour le cylindre n° 1. La concordance des mesures est analogue. Je donne ci-dessous un tableau résumant quelques-unes de ces mesures.

Fil d'argent recuit en place		Tempé- rature	Anneaux	Périodes en secondes		I
Longueur	Diamètre			Cylindre seul	Avec l'anneau	
10 cm.	15/100	15°	N° 4	8,104	8,656	380,34
»	»	»	5	8,100	9,148	381,00
»	»	»	»	8,100	9,148	381,00
10 cm. 5	»	»	4	8,224	8,784	380,49
14 cm.	»	»	2	11,736	12,260	380,45

On peut donc admettre pour le cylindre n° 2, à 15° :

$$I = 380,65 \text{ à moins de } 1/500.$$

Calcul du terme :

$$K = \frac{I(b^2 - a^2)}{2a^2b^2h} \quad (\text{voir p. 16}).$$

Ce terme K a une valeur qui dépend de la température.

Comme nous avons mesuré I, a, b et h à des températures diverses, on les ramène à la température convenable. Pour cela, on admet que le coefficient de dilatation du laiton est $\alpha = 17.10^{-6}$ et celui du bronze phosphoreux qui constitue le cylindre extérieur $\alpha = 16.10^{-6}$. On peut ainsi calculer K pour un certain nombre de températures et construire la courbe qui donne K en fonction de la température θ .

Je donne ci-contre les calculs pour le cylindre n° 2.

Ce qui conduit à la courbe de la figure 37.

On voit que la variation de K est faible, puisque pour une

variation de θ de 50°, K varie de 1,73415 à 1,73580, c'est-à-dire d'environ 1/1 000.

θ	a	a^2	b	b^2	h	I	$I(b^2 - a^2)$	$2 a^2 b^2 h$	K
0	2,5264	6,3820	3,0069	9,0414	5,0478	380,40	1 011,293	582,6200	1,73576
10	2,5268	6,3450	3,0074	9,0444	5,0486	380,52	1 011,954	583,0981	1,73548
20	2,5273	6,3872	3,0079	9,0474	5,0495	380,65	1 012,6051	583,5959	1,73511
30	2,5277	6,3892	3,0081	9,0504	5,0504	380,77	1 013,3051	584,0767	1,73488
40	2,5282	6,3917	3,0089	9,0535	5,0512	380,92	1 013,9328	584,5876	1,73444
50	2,5286	6,3938	3,0094	9,0565	5,0521	381,05	1 014,6218	585,0882	1,73413

Cette correction peut donc être négligée lorsqu'on fait des mesures à une température voisine de la température ordinaire.

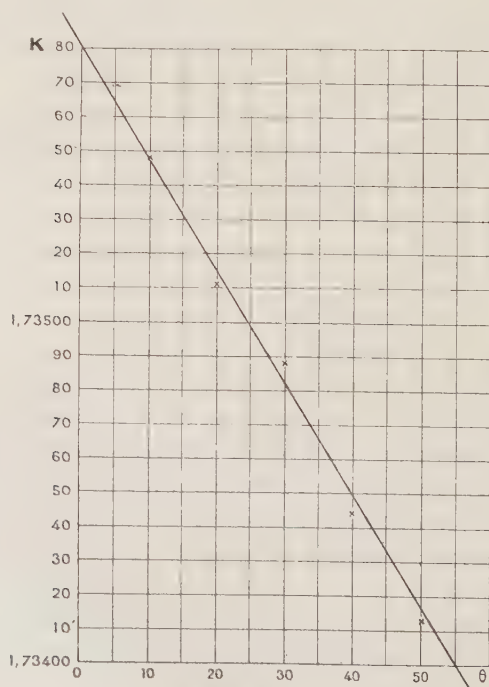


Fig. 37.

Cylindre n° 1. — On a vu que nous avons admis pour le cylindre n° 1 :

Page 49 : $a = 2$ cm. 5255 à 1/1500 près, à la température de 21° ;

Page 55 : $b = 3$ cm. 0081 à 1/2000 près, à la température de 23° ;

Page 49 : $h = 5$ cm. 0566 à 1/5000 près, à la température de 21° ;

Page 62 : $I = 280,05$ à 1/500 près, à la température de 21°.

Ces valeurs nous conduisent à admettre, pour des températures comprises en 10° et 30° :

$$K = 1,2807 \text{ à moins de } 1/500 \text{ près.}$$

Donc, en résumé, dans les mesures de viscosité, nous prendrons pour K la valeur ci-dessus pour le cylindre n° 1 et la valeur donnée par la courbe de la figure 37 à la température considérée, pour le cylindre n° 2.

CHAPITRE V

Montage et réglage de l'appareil.

(Se reporter aux figures 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 19 et 20).

On commence par introduire la pièce C dans la pièce A et on la fixe à l'aide de l'écrou H. La pièce C porte deux vides destinés au passage de la barrette du cylindre suspendu ; on a soin de disposer ces vides de façon que le miroir porté par le cylindre soit convenablement dirigé. On fixe ensuite A dans son trépied, à l'aide de trois vis disposées à cet effet. Le trépied est monté sur le tabouret portant le mouvement d'horlogerie et on dispose les trous servant au passage de l'axe de transmission, en face les uns des autres.

Ce tabouret a été placé sensiblement horizontal.

Un léger dérèglement se produira lorsqu'on agira sur les vis calantes, mais ce léger dérèglement est sans importance, puisque l'axe est muni d'un système à cardan qui permet une certaine latitude dans ce réglage.

On ajuste ensuite le tube qui sert de support à la tête de l'instrument et on bloque l'écrou qui le fixe, de façon à éviter tout danger de desserrage jusqu'à la fin de la série de mesures entreprise. Cet écrou sert de contre-écrou à H (fig. 7).

On fixe alors un fil de suspension sur l'axe du cylindre suspendu et on soude à l'autre extrémité un morceau de laiton centré (fig. 20), qui servira à le fixer dans la tête de l'instrument ; à l'aide d'une longue pince, on introduit le fil par la base du tube qui surmonte l'appareil, en ayant bien soin de ne pas le plier. En tirant doucement sur le fil par le

haut du tube, on peut amener le cylindre en place et on fixe E par sa monture à baïonnette.

La pièce P (fig. 19) de la tête de l'instrument est abaissée et on fixe le fil de suspension en serrant la vis U. On recuit le fil par le procédé déjà indiqué.

Ce montage étant fait, on procède au réglage ; pour cela, on place un niveau sur la partie supérieure de A (fig. 7) et, en agissant sur les vis-calantes du socle, on amène A dans un plan horizontal. Ce réglage étant fait, on bloque les contre-écrous.

L'axe de l'appareil est ainsi rendu vertical aux erreurs de construction près.

On a, d'ailleurs, vérifié l'exactitude du montage, en visant les bords des cylindres de garde avec le cathétomètre ; les erreurs sont inférieures à ce que permet de voir le cathétomètre.

En agissant sur P (fig. 19), on tend le fil de suspension et on soulève le cylindre D (fig. 7 et 10). Quand le cylindre est devenu presque libre, on bloque la vis qui immobilise P. On achèvera le réglage en hauteur par la vis Q. Cette vis a été volontairement laissée un peu dure, pour éviter toute espèce de jeu. On suit très facilement le cylindre D, en visant par les trois fenêtres découpées dans A (fig. 8).

On agit alors sur les trois vis N (fig. 19), de façon à amener l'axe du cylindre suivant l'axe des pièces A et C (fig. 7). On se sert des bords des cylindres de garde comme points de repère et on vise le raccordement avec la lunette du cathétomètre. Le cylindre suspendu étant bien équilibré, les deux surfaces supérieure et inférieure se raccordent très exactement avec les cylindres de garde. On agit très doucement sur la vis Q, de façon à avoir un vide égal en haut et en bas du cylindre. Cet espace entre les cylindres de garde et le cylindre suspendu est environ $1/10$ de mm. pour le cylindre n° 2 et $0,7/10$ de mm. pour le cylindre n° 1.

La distance des deux cylindres de garde est 5 cm. 070 et les diamètres 5 cm. 050 en haut et 5 cm. 051 en bas.

Le petit espace vide qui se trouve nécessairement entre les cylindres de garde et le cylindre suspendu agit comme une augmentation de hauteur du cylindre suspendu.

Si on suppose que cette augmentation est de $1/10$ de mm., ce qui est probablement exagéré, on voit que h varie de moins de $1/500$ de sa valeur, ce qui conduit à une erreur du même ordre sur η .

Ce réglage étant réalisé, on bloque les vis N pour rendre tout dérèglement impossible.

Mesure de la période d'oscillation T. — On compte un certain nombre d'oscillations, 100 par exemple ; les périodes étant de l'ordre de 12 secondes à 14 secondes et le compteur donnant le $1/5$ de seconde, on peut avoir T à $1/5000$ près.

En réalité, on ne peut arriver à cette précision par suite des irrégularités dues au fil de suspension.

J'ai essayé plusieurs procédés pour mettre le système en mouvement ; celui qui m'a donné les meilleurs résultats consiste à envoyer un léger courant d'air sur le bord du miroir, à l'aide d'une poire en caoutchouc emmanchée sur un tube effilé.

Résultats avec le cylindre n° 1. — Ce cylindre étant suspendu par un fil d'argent de $15/100$ de mm. de diamètre et de 20 cm. de longueur environ, on trouve, à 17° :

$T = 12$ sec. 20 avec, comme valeurs extrêmes pour un grand nombre de mesures, 12 sec. 195 et 12 sec. 205.

Influence de la température sur T. — Le couple de torsion du fil de suspension varie avec la température ; le module de rigidité μ est relié à la température θ par une relation de la forme :

$$\mu = \mu_0(1 - \beta\theta).$$

Pour l'argent, on admet généralement ⁽¹⁾ :

$$\mu_0 = 0,25 \cdot 10^{-12} \quad \text{et} \quad \beta = 4,5 \cdot 10^{-4}.$$

Le moment du couple qui tord le fil d'un angle α est donné par :

$$C = \mu \frac{\pi r^4}{2} \cdot \frac{\alpha}{l}$$

r étant le rayon du fil et l sa longueur.

Si on cherche l'influence d'une variation de température de 30° pour un fil d'argent de 1/10 de mm. de diamètre et de 20 cm. de longueur, on trouve :

$$\frac{C}{C_1} = 1,0120 \text{ environ.}$$

Il est donc indispensable de faire la correction due à la variation de couple.

On a vu page 16 que $\eta = K \cdot \frac{t\Phi}{T^2}$, K et T étant déterminés à une température θ ; les valeurs de K et T à une température $\theta_0 + \theta$ seront K_1 et T_1 et :

$$\eta_{11} = \frac{K_1 t \Phi}{T_1^2}.$$

Si on fait le calcul, on trouve :

$$\frac{\eta_{11}}{\eta} = \frac{(1 - \beta\theta)(1 + \alpha'\theta)^3}{(1 + \alpha\theta)^3}$$

α et α' sont les coefficients de dilatation du métal du cylindre et de l'argent ; α et α' sont voisins, donc :

$$\frac{\eta_{11}}{\eta} = 1 - \beta\theta.$$

Un certain nombre de mesures ont été corrigées par cette méthode et les nombres trouvés concordent bien avec ceux trouvés par la méthode que je vais indiquer maintenant.

⁽¹⁾ Nombres donnés par le *Recueil de constantes physiques* de la Société Française de Physique.

Le coefficient β est mal connu et varie probablement beaucoup avec les diverses qualités des métaux employés ; on n'est donc pas certain que le β introduit dans le calcul soit celui qui convient au métal du fil. De plus, on a supposé que la température du fil de suspension était partout égale à celle de l'appareil lui-même, ce qui n'est pas parfaitement réalisé. J'ai, en effet, constaté au moment où je faisais mes vérifications à la pince thermo-électrique, que la partie supérieure du fil avait une température inférieure de 1° environ à la température donnée par le thermomètre, lorsque la température du thermostat était supérieure de 25° à 30° à celle de la salle.

Cela n'influe pas beaucoup sur la correction à faire.

J'ai cependant, pour ces raisons et aussi dans le but de vérifier mes résultats, été conduit à adopter une autre méthode pour mes dernières expériences.

L'appareil étant monté et réglé mais pas encore rempli d'eau, j'ai mesuré la période d'oscillation entre 6° et 45° et j'ai construit la courbe qui donne T en fonction de θ , θ étant la température donnée par le thermomètre placé au même endroit que pour les mesures de viscosité.

De cette façon, on peut être certain, lorsqu'on fait les mesures de η , que la période d'oscillation qui correspond à la température envisagée est bien celle donnée par la courbe.

La température extérieure n'est pas constante, mais son influence est certainement très faible et on peut la négliger.

Je donne ci-dessous une série de mesures faites à plu-

θ	T	θ	T	θ	T
45,7	14,816	36,5	14,796	22,5	14,729
45	14,815	33,7	14,776	20,9	14,722
43,1	14,820	33	14,781	20,7	14,728
42,2	14,808	32,4	14,772	9	14,692
41,2	14,811	31,4	14,772	6,1	14,680
37	14,796	23,2	14,729	6	14,676

sieurs jours de distance les unes des autres pour le cylindre n° 2, suspendu par un fil d'argent de 15/100 de mm. de diamètre et de 21 cm. 5 de longueur environ. Les valeurs de T sont les moyennes d'un nombre suffisant de mesures, généralement 8 à 10. Les erreurs sont de l'ordre de celles indiquées précédemment.

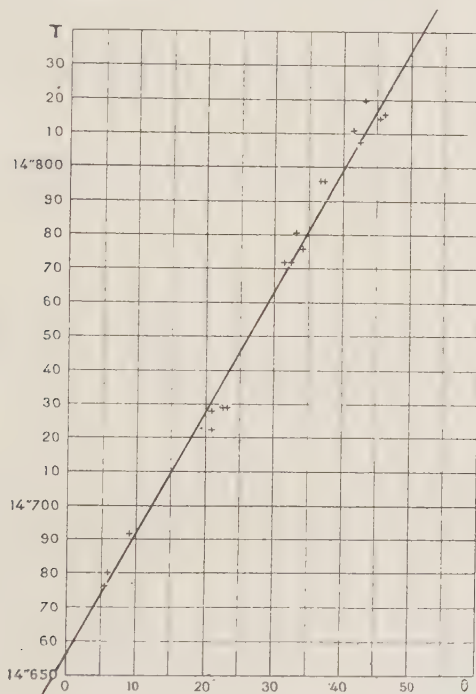


Fig. 38.

Ces nombres conduisent à la courbe de la figure 38 ; c'est certainement une droite ; l'erreur pour un point de cette droite est inférieure à 1/1 000.

Cette courbe permet de déterminer le coefficient β pour l'argent, au moins d'une façon approximative.

On voit que, d'après la courbe,

$$T_0 = 14 \text{ sec. } 655 \text{ et } T_{50} = 14 \text{ sec. } 835.$$

Si on se reporte au tableau de la page 64, on a :

$$I_0 = 380,4 \text{ et } I_{50} = 381,05.$$

On a alors :

$$\frac{T_0^2}{T_{50}^2} = \frac{I_0}{I_{50}} \times (1 - 50\beta) (1 + 50\alpha)^3,$$

α étant le coefficient de dilatation de l'argent ; $\alpha = 18.10^{-6}$.

Le calcul nous donne :

$$1 - 50\beta = \frac{T_0^2}{T_{50}^2} \times \frac{I_{50}}{I_0} \times \frac{1}{(1 + 50.18.10^{-6})^3} = \frac{81\,834,3}{83\,940,6} = 0,9749$$

d'où :

$$\beta = 5.10^{-4}$$

Le *Recueil de Constantes physiques* de la Société Française de Physique donne pour l'argent, $\beta = 4,5.10^{-4}$. L'accord est donc satisfaisant.

Mesure de la distance de l'échelle divisée au miroir. — Une règle légère en sapin est posée sur l'échelle divisée et son extrémité taillée en pointe est amenée au contact avec le miroir.

On se rend compte que le contact avec le miroir est obtenu par le déplacement du spot ; on commence par disposer la règle horizontalement à l'aide d'un niveau ; pour cela, on règle la position de l'échelle en hauteur ; cette échelle est elle-même horizontale.

Le dessus de l'échelle étant dégagé, la règle qui repose dessus donne, par lecture directe, la distance de l'échelle au miroir.

Cette règle a été vérifiée comme on a vu page 46. On a soin de tenir compte de l'épaisseur du miroir.

Dans mes expériences, la distance de l'échelle au miroir a

été généralement de l'ordre de 1 m. 30; si on admet que cette distance est connue à $1/2$ mm. près, on a une erreur inférieure à $1/2500$.

Mesure de la déviation sur l'échelle divisée. — Comme je l'ai dit, la mise au point se fait en agissant sur le système éclaireur. On se sert également de ce procédé pour amener, au repos, le rayon lumineux venant du miroir à être perpendiculaire à l'échelle divisée (On se sert dans ce but d'une grande équerre, dont l'un des côtés est disposé suivant l'échelle).

Dans mes expériences, la déviation était généralement de l'ordre de 12 cm. à 14 cm. ; l'image du fil ⁽¹⁾ étant très fine, on peut espérer lire le dixième de mm. ; on connaît donc la déviation à $1/1\ 000$ environ, ce qui conduit à Φ avec une précision du même ordre.

J'ai fait des expériences avec des fils de suspension plus longs et plus fins, de façon à avoir une déviation plus grande.

Mais, par suite des irrégularités dues au fil, on ne gagne rien comme précision. L'ordre de déviation ci-dessus est celui qui m'a donné les meilleurs résultats.

Mesure de t . — Nous avons vu page 51 le moyen employé pour mesurer la durée de rotation t du cylindre extérieur.

Dans mes expériences, t a généralement été de l'ordre de 25 sec. à 30 sec.

La bande d'inscription qui donne t se déroule avec une vitesse de 2 cm. 7 à la seconde environ ; les traits sont fins et permettent d'apprécier le cinquième de mm. ; on a donc facilement le cent vingt-cinquième de seconde, ce qui conduit à t avec une erreur de l'ordre de $1/3\ 000$.

Remplissage avec l'eau. — L'eau employée a été de l'eau distillée commerciale ; un certain nombre d'expériences ont

(¹) Fil porté par la lanterne ; il a $5/100$ de mm. de diamètre.

été faites avec de l'eau redistillée spécialement par moi dans un appareil entièrement en verre ; je n'ai jamais pu constater de différence sensible pour la viscosité.

Ajoutons que les poussières, qui ont une importance considérable avec des tubes aussi fins que ceux employés par Thorpe et Rodger, n'ont dans mes expériences aucune influence, par suite de l'épaisseur relativement grande de la couche liquide.

Des expériences préliminaires ont permis de connaître le volume d'eau à placer dans le cylindre B, pour qu'une fois monté, l'appareil soit rempli d'eau jusqu'à la partie supérieure de B. L'appareil ayant été soigneusement nettoyé, on place le volume convenable d'eau distillée dans B.

Le cylindre B est alors placé sous une cloche et on chasse très soigneusement l'air qui peut se trouver dans l'eau en faisant le vide plusieurs fois de suite.

Le fait de plonger le cylindre suspendu dans l'eau pourrait changer son équilibre, s'il existait des soufflures à l'intérieur du métal. Je n'ai pas observé avec les cylindres n° 1 et n° 2 de variation sensible dans la position de l'image donnée par le miroir.

D'un autre côté, nous avons vu que le jeu entre le cylindre suspendu et les cylindres de garde est inférieur à $1/10$ de millimètre. Le fait que le cylindre reste libre, une fois plongé dans l'eau, indique que le changement de position est inférieur à $1/10$ de mm., et nous savons (pp. 17 et 55) qu'un décentrement de $1/10$ de millimètre conduit sur η à une erreur de l'ordre de $1/5\ 000$.

Donc, le fait seul que le cylindre reste libre suffit à indiquer que le centrage est réalisé avec une précision suffisante.

Résumé des réglages préliminaires à une expérience. — Ces réglages qui demandent au minimum 10 à 12 jours, par suite de la nécessité de laisser le fil de suspension se stabiliser et la température s'égaliser chaque fois qu'on remplit le ther-

mostat d'eau ou de glace, comportent les opérations suivantes :

Montage de l'appareil, pose et recuit du fil de suspension, réglage de la position du cylindre suspendu, mesure de la période d'oscillation T à vide à diverses températures et construction de la courbe donnant T en fonction de θ , réglage de l'échelle divisée, remplissage avec l'eau distillée.

Ces réglages étant faits, on peut procéder aux mesures proprement dites.

CHAPITRE VI

Expériences à la température ordinaire.

La photographie de la figure 39 donne une vue d'ensemble des appareils : le thermostat est démonté, au premier plan on voit l'échelle divisée et le télégraphe Morse transformé en inscripteur.

Pour les expériences à la température ordinaire, le thermostat était monté depuis longtemps (au moins 24 heures), les mesures étaient faites lorsque la température de la pièce était voisine de celle donnée par le thermomètre de l'instrument.

Expériences avec le cylindre n° 1. — Nous avons vu, page 65, que pour le cylindre n° 1, entre 10° et 30°, on peut admettre $K = 1,2807$ à moins de 1 500 près, et que suspendu par un fil de torsion de 15/100 de mm. de diamètre et de 20 cm. de longueur, sa période est (page 68) : $T = 12 \text{ sec. } 200$ à 1/2 000 près, lorsque la température est 17°.

Dans ces expériences, l'échelle divisée était à environ 130 cm. du miroir ; cette distance a varié avec les expériences. Ces expériences ont été faites à plusieurs semaines les unes des autres et avec des vitesses de rotation peu différentes les unes des autres. Je donne ci-dessous, à titre d'exemple, quelques nombres obtenus :

Ces mesures étant faites au voisinage de 17°, température à laquelle on a mesuré T , on peut admettre les nombres sans faire les corrections relatives aux variations de K ; en effet, la courbe construite pour le cylindre n° 2 (page 64 et

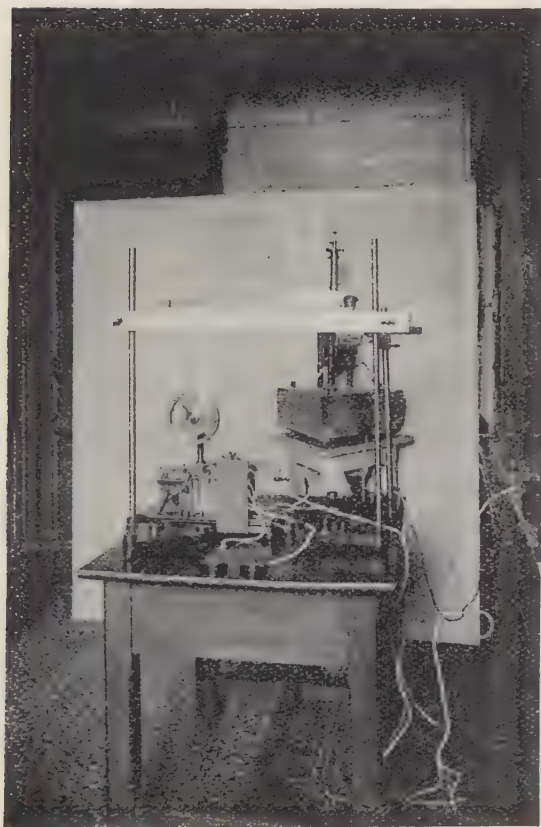


Fig. 39.

θ	d	t	$\operatorname{tg} 2\Phi$	Φ	$\tau_1 = \frac{K/\Phi}{T^2}$
<i>Distance de l'échelle au miroir : 130 cm. 54.</i>					
18°95	12 cm. 90	24,688	$\frac{12,90}{130,54}$	0° 04922	0,01045
18°75	13 05	25,518	$\frac{13,05}{130,54}$	0,04974	0,01049
18°70	12 90	24,851	$\frac{12,90}{130,54}$	0,04922	0,01051
<i>Autre expérience :</i>					
16°85	13 43	24,883	$\frac{13,43}{130,54}$	0,05149	0,01102
16°85	13 42	24,857	$\frac{13,42}{130,54}$	0,05149	0,01101
<i>Autre expérience. la distance de l'échelle au miroir a été un peu modifiée; elle est de 129 cm. 50.</i>					
16°85	13 38	24,700	$\frac{13,38}{129,50}$	0,05149	0,01094

fig. 38), et qui ne convient pas pour le cylindre n° 1, donne cependant l'ordre de grandeur de l'erreur pour une différence de 2° . Cette erreur est inférieure à 1/500. De plus, la relation $\frac{\tau_{11}}{\tau_1} = 1 - \beta\theta$ (page 69) indique, pour $\theta = 2^\circ$, une erreur de l'ordre de 1/1000.

Expériences avec le cylindre n° 2. — On se sert des courbes (fig. 37 et 38) pour avoir K et T à la température de l'expérience.

La distance de l'échelle au miroir étant 132 cm., on trouve :

θ	d	t	K Courbe 37	T Courbe 38	Φ	$\eta = \frac{Kt\Phi}{T^2}$
17°25	14 cm.00	25,822	1,7352	14,720	0,05282	0,01092
17°35	13 95	25,800	1,7352	14,720	0,05265	0,01087

Je donnerai aussi quelques nombres obtenus avec un autre montage du cylindre, suspendu par un autre fil de suspension. Les courbes de correction sont identiques à celles données précédemment.

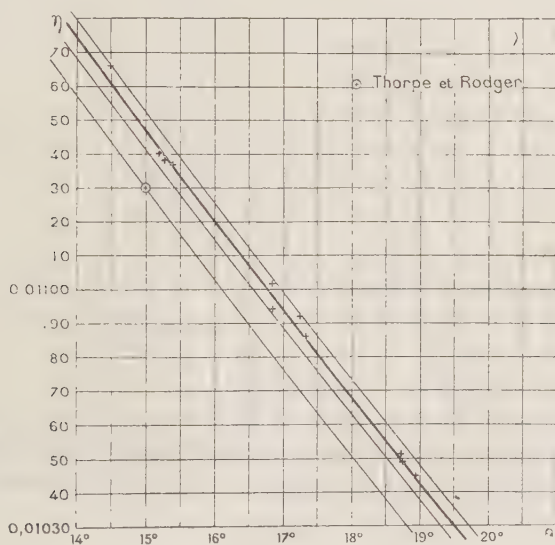


Fig. 40.

Je donnerai donc seulement les résultats :

$\theta = 14^{\circ}50$	$\eta = 0,01166$
15°20	0,01140
15°40	0,01137
15°30	0,01138

Ces nombres sont pris parmi ceux provenant d'un grand nombre d'expériences concordantes.

On est ainsi conduit à la courbe (fig. 40) qui donne η en fonction de la température au voisinage immédiat de la température de 17^0 centigrades. Dans ce petit intervalle de température, la courbe est presque (mais pas exactement) une ligne droite.

En se servant de cette courbe elle-même, on peut alors obtenir les valeurs moyennes de η avec une approximation qui dépasse certainement le $1/200$ et on peut admettre les valeurs suivantes :

θ	η
—	—
14^0	0,01175
15^0	0,01148
16^0	0,01121
17^0	0,01095
18^0	0,01069
19^0	0,01043
20^0	0,01018

Thorpe et Rodger donnent :

à 15^0	$\eta = 0,0113$
à 20^0	$\eta = 0,0100$

L'écart avec les nombres que j'ai obtenus est de $1/60$ environ ; nous avons vu que la précision des mesures de Thorpe et Rodger en valeurs absolues ne semble précisément pas dépasser le $1/60$.

CHAPITRE VII

Expériences à diverses températures.

Des mesures avec divers montages ont été faites depuis $1^{\circ}5$ jusqu'au voisinage de 45° . Ces expériences, poursuivies pendant plus de deux années, ont été faites avec cinq cylindres différents et toute une série de fils de torsion. Les mesures se raccordent bien et le désaccord est de l'ordre des erreurs d'expérience prévues.

Cette concordance entre des mesures faites à long intervalle et dans des conditions différentes est la meilleure preuve que la précision de $1/200$, que je crois pouvoir affirmer, n'est pas illusoire.

Par suite de la grande masse de l'appareil, il était difficile d'espérer obtenir une température constante pour les températures plus élevées que 45° . Les vérifications d'uniformité de température, que j'ai indiquées précédemment, m'ont conduit à me limiter à cette température. Je donne ci-joint toute une série de valeurs de η obtenues avec des cylindres et des montages différents. Les calculs et les corrections sont ceux déjà indiqués ; je donnerai donc simplement les valeurs de η à diverses températures :

θ	η	θ	η	θ	η
$1^{\circ}5$	0,01704	17°	0,01095	$28^{\circ}4$	0,008456
2,5	0,01648	18	0,01069	30	0,008198
4,1	0,01551	19	0,01043	32	0,007864
7,5	0,01419	20	0,01018	34,3	0,007500
10,9	0,01276	21	0,00990	38,8	0,006900
14	0,01175	21,5	0,00980	41,6	0,006554
15	0,01148	23,2	0,00949	44,5	0,006220
16	0,01121	26,4	0,00883		

Ces valeurs conduisent à la courbe de la figure 41. Les points qui se trouvent au-dessous sont ceux de Thorpe et Rodger ; on remarquera que la concordance, qui est parfaite pour les températures voisines de 0° , devient beaucoup moins bonne quand on dépasse 15° . A la température de 15° , la divergence est de l'ordre de $1/60$, comme on l'a vu ⁽¹⁾.

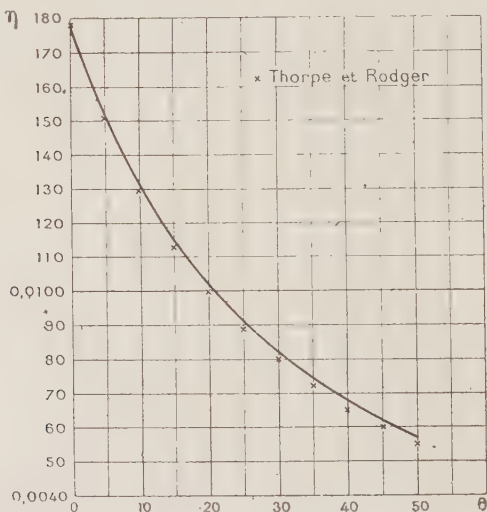


Fig. 41.

Viscosité et rigidité

Un liquide est dit rigide lorsqu'il est capable de réagir contre un effort à l'état statique. Parmi les liquides qui possèdent cette propriété, citons : le baume du Canada, la solu-

⁽¹⁾ Je ferai remarquer que THORPE et RODGER n'indiquent rien au sujet de l'étalonnage du thermomètre qu'ils employaient ; j'ajouterai à ce sujet que l'étalonnage de mon thermomètre, qui provenait cependant d'une très bonne maison, a révélé, entre la graduation et l'échelle normale de température, un écart de $1^{\circ}1$, pour la température de 30° .

tion de gélatine, l'huile de ricin, l'huile d'olive, etc...; tous ces liquides deviennent biréfringents pendant la déformation.

D'autres liquides ne sont pas biréfringents dans les mêmes conditions. Ce sont, par exemple : la glycérine, le sirop de sucre, la solution de gomme arabique, etc...; ceux ci n'offrent pas trace de rigidité, quoique leur viscosité puisse être beaucoup plus grande que celle des liquides précédemment cités.

On peut définir, pour un liquide, un module de rigidité E , une limite de son ressort f , une vitesse de relaxation et une vitesse de déformation V .

La théorie faite par Schwedoff conduit à la relation ⁽¹⁾ :

$$\eta = \frac{E}{\rho} \times \frac{f}{V}.$$

D'où il déduit qu'un liquide n'aura une *viscosité constante*, quand la vitesse de déformation varie, que s'il ne possède pas d'élasticité par cisaillement.

Un liquide pourra, d'ailleurs, avoir une grande fluidité même s'il est rigide, lorsque sa vitesse de relaxation sera très grande.

Dans ses mesures, Schwedoff trouve que la viscosité de la glycérine est bien constante, aux erreurs d'expérience près, quand la vitesse de déformation varie; mais que, au contraire, la viscosité de la solution de gélatine est variable : elle devient six fois plus grande, quand la vitesse V tombe à un dixième de sa valeur primitive.

Je me suis proposé de voir si l'eau possédait une viscosité indépendante de la vitesse de rotation, autrement dit de voir si l'eau était rigide.

Dans ce but, j'ai fait toute une série de mesures consécutives à température constante, en agissant sur le régulateur pour faire varier la période de rotation.

(1) SCHWEDOFF, *Congrès de Physique*, 1900, t. I, *Journal de Physique*, 2^e série, t. XIII, p. 341; BRILLOUIN, *Leçons sur la viscosité des liquides et des gaz*, seconde partie, p. 97.

Je donne à titre d'exemple quelques-unes de ces mesures :

θ	d	t en secondes	K	T	Φ	$\eta = \frac{K\Phi}{T^2}$
16° 40	14 cm. 85	24,746	1,7352	14,716	0,05601	0,01110
»	14 40	24,813	»	»	0,05581	0,01109
»	13 70	26,695	»	»	0,05165	0,01105
»	13 06	28,220	»	»	0,04893	0,01106
»	12 33	29,665	»	»	0,04656	0,01106

Les valeurs extrêmes de η sont : 0,01110 et 0,01105. Les valeurs extrêmes de t sont : 24 sec. 746 et 29 sec. 665. η a donc varié de moins de 5/1 000 pour une variation de période de 1/5 ; on est donc resté dans les limites des erreurs d'expériences.

La variation de vitesse étant beaucoup trop faible pour donner des indications certaines sur la question que je me proposais d'étudier, j'ai transformé mon mouvement d'horlogerie de façon à pouvoir faire varier la vitesse dans de plus grandes limites. Pour cela, j'ai ajouté au système d'engrenages décrit page 48 (fig. 23) un changement de vitesse, permettant de substituer au train d'engrenage existant un autre donnant une vitesse double.

Le dispositif employé est celui représenté (fig. 42).

Un disque en bronze massif A sert de support à deux roues dentées portant l'une 16 $\times$ 96 dents et l'autre 30 $\times$ 82 dents.

Ces roues dentées engrènent sur une roue centrale portant 104 dents. Cette roue a même axe de rotation que le disque A. C'est sur cette roue qu'est fixé l'axe servant à entraîner le cylindre B (fig. 7).

En faisant tourner A (fig. 42), on peut amener successivement les deux satellites en prise avec le pignon.

Un système d'arrêt permet de bloquer A dans la position convenable.

Le nombre de dents a été choisi de façon que chaque roue

puisse se substituer à l'autre sans coïncement. On voit que le nombre de dents indiqué ci-dessus conduit à des rapports de réduction de :

$$\frac{16}{96} \times \frac{16}{104} = \frac{1}{39} \text{ pour l'un et}$$

$$\frac{16}{82} \times \frac{30}{104} = \frac{1}{17,76} \text{ pour l'autre.}$$

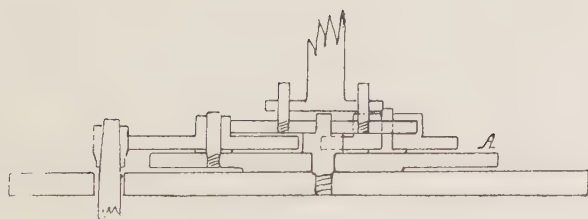
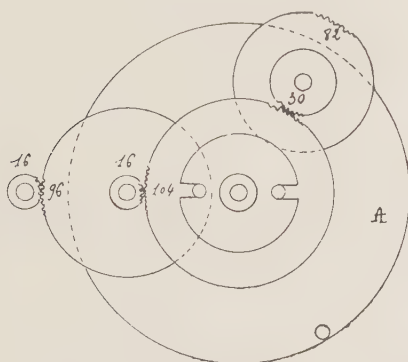


Fig. 42.

On peut donc, par une simple rotation du disque A, faire varier la vitesse du cylindre d'un peu plus du simple au double.

Ajoutons que même avec la plus grande de ces deux vitesses, on est encore très loin du régime tourbillonnaire.

En effet, dans ses expériences, Couette ⁽¹⁾, qui se servait

⁽¹⁾ COUETTE, *Annales de Chimie et Physique*, 6^e série, n^o 21, 1890, p. 464.

d'un cylindre de 29 cm. de diamètre environ, trouve que le régime est stable jusqu'à la vitesse de 56 tours à la minute. Le cylindre dont je me suis servi ayant environ 6 cm. de diamètre et la vitesse n'ayant jamais dépassé 5 tours à la minute, on est certainement très loin du régime tourbillonnaire.

t	d	$\lg 2\Phi$	Φ	$t\Phi$
<i>Au voisinage de 21° ; distance de l'échelle au miroir : 134 cm. 9 :</i>				
25,317	13 cm. 45	$\frac{13,45}{134,9} = 0,099851$	0,049761	1,2598
11,552	29 96	$\frac{29,96}{134,9} = 0,22209$	0,109771	1,2622
$t\Phi$ reste constant à moins de 1/500° près.				
<i>Au voisinage de 12° ; distance de l'échelle au miroir : 89 cm. 05 :</i>				
25,282	11 25	$\frac{11,25}{89,05} = 0,12633$	0,062,31	1,588
11,545	25 05	$\frac{25,05}{89,05} = 0,28130$	0,13711	1,583
$t\Phi$ reste constant à moins de 1/300° près.				
<i>Au voisinage de 17° ; la distance de l'échelle au miroir est encore 89 cm. 05 :</i>				
25,241	12 55	$\frac{12,55}{89,05} = 0,14093$	0,070001	1,766
11,535	28 10	$\frac{28,10}{89,05} = 0,31555$	0,152836	1,763
$t\Phi$ reste constant à moins de 1/500°.				

Nous avons vu que le coefficient de viscosité η était donné par la relation $\eta = \frac{Kt\Phi}{T^2}$ (page 16). Donc si on fait plusieurs

mesures à une température avec des périodes de rotation différentes t_1, t_2 , etc., les angles de déviation correspondants étant Φ_1, Φ_2 , etc..., on aura, si l'eau ne possède pas de rigidité :

$$t_1\Phi_1 = t_2\Phi_2 = \text{etc...}$$

L'appareil ayant été monté et rempli d'eau distillée avec toutes les précautions indiquées précédemment, j'ai fait toute une série de mesures à diverses températures dans le but de vérifier la relation ci-dessus.

Je n'ai pas cherché à mesurer la température d'une façon aussi exacte que pour les mesures de η ; il suffit, en effet, d'être certain que la température n'a pas varié pendant la durée très courte du passage d'une vitesse de rotation à l'autre.

Les mesures de la période t et de la déviation d se font par les procédés déjà indiqués.

Je donne ci-contre quelques-unes de ces mesures à diverses températures.

Je crois donc pouvoir conclure des expériences précédentes que l'eau ne possède pas de rigidité, l'erreur possible étant du même ordre que celle admise pour les mesures de viscosité, c'est-à-dire inférieure à 1/200.

RÉSUMÉ ET CONCLUSION

Etant donné le rôle très important que joue l'eau comme terme de comparaison, j'ai entrepris de déterminer son coefficient de viscosité, en valeur absolue et aussi exactement que possible, entre 0° et 50° .

Dans le but de vérifier, par une méthode totalement différente, les résultats obtenus par de très nombreux expérimentateurs employant la méthode de Poiseuille, j'ai choisi pour ces mesures la méthode du cylindre, malgré les graves difficultés pratiques que présente sa réalisation.

L'appareil que j'employais a été entièrement construit par moi. J'en ai soigneusement vérifié toutes les pièces au cours de la construction et après achèvement.

Les diverses mesures, rapportées au mètre étalon, à la seconde, au gramme et à l'échelle normale de température, ont été spécialement contrôlées.

Les nombres qui conduisent à η et les valeurs de η sont des moyennes d'expériences très nombreuses, faites dans des conditions différentes et à des époques très éloignées les unes des autres.

De toutes les constantes, la plus imparfaitement connue, le moment d'inertie du cylindre suspendu, est encore probablement exacte à moins de $1/500$ près.

Je crois donc pouvoir affirmer que la courbe de la figure 41 donne η en valeurs absolues avec une approximation de $1/200$. Les valeurs de η données par la courbe de la figure 40 entre 14° et 20° sont probablement exactes à un peu mieux que le $1/200$.

L'allure de la courbe que j'ai obtenue concorde bien avec celle donnée par Thorpe et Rodger.

Il m'a été impossible de constater aucune anomalie de la viscosité au voisinage de 4^0 . Les mesures de Thorpe et Rodger ne me laissaient pas d'ailleurs grand espoir à ce sujet, car il semble bien que leurs nombres sont très bons en valeurs relatives.

Il y a, en valeur absolue, un écart de $1/100^0$ à $2/100^0$ qui se manifeste entre leur courbe et la mienne; cet écart est certainement supérieur à l'erreur de mes mesures.

Enfin, je me suis proposé de vérifier que la vitesse de rotation était sans influence sur la viscosité. Pour cela, j'ai fait des mesures à température constante avec des vitesses de rotation variables, en ayant soin de rester toujours très loin du régime tourbillonnaire.

Dans les limites de température où j'ai opéré, la viscosité de l'eau est toujours restée constante à moins de $1/200^0$ près; avec cette approximation, on peut donc affirmer que l'eau ne possède pas de rigidité.

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITION DONNÉE PAR LA FACULTÉ

Polymorphisme de la Silice.

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 9 Mai 1925.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

M. MOLLIARD.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Pour le Recteur :

L'Inspecteur d'Académie,

B. MAURELLET.

BRUXELLES 1888

PROPOSITION D'AVANCEMENT EN CLASSE

Recommandation de la classe

Le 10 Mars 1888

Le 10 Mars 1888

Le 10 Mars 1888

M. J. J. J.

Le 10 Mars 1888

Le 10 Mars 1888

Le 10 Mars 1888

Le 10 Mars 1888

Le 10 Mars 1888

Le 10 Mars 1888

